

対応あり，繰り返し，反復

—心理データ解析基礎において区別すべき3つの「R」—

月 元 敬 (岐阜大学)

Relatedness, Replication and Repetition: Three “Rs” that ought to be distinguished
in basic data analysis in psychology

Takashi TSUKIMOTO (*Gifu University*)

本論文は，実験計画法や分散分析における標準的な用語法を確認することによって，心理統計法で用いられる基本用語「対応あり」，「繰り返し」，「反復」について学習・理解・教育に資することを目的とする。心理統計法は，標準的な心理学コースにおける必須科目の1つである。しかし，その学習が，実験計画法のそれとは異なる用語法に慣れさせ，汎用的な統計ソフトウェアにおける用語の理解を阻害していると思われる。心理統計法において数理的な理解よりも適切な検定法の選択と使用に重点が置かれるならば，統計ソフトウェアで用いられる用語法に習熟しているのが望ましいであろう。

Key words : relatedness, replication, repetition, ANOVA, experimental design

学生から次のような質問を受けたとしよう。あるいは，分析をしようとしている友人に次のように尋ねられたという状況でも良い。

Microsoft Excel[®]で1要因被験者内分散分析を行う時，分析ツールにある「分散分析：一元配置」，「分散分析：繰り返しのある二元配置」，「分散分析：繰り返しのない二元配置」のうち，どれを使えば良いか？

この質問に対し，理由も含めて的確に答えられるのであれば，本稿を読む必要は全くない。しかし，私が見るところ，心理学の1科目として統計学を学ぶあるいは学んだ人の多くは，この質問にうまく回答することができない。この質問の中には，大して複雑な用語は含まれていないはずである。なぜ回答に窮するような事態となるのだろうか。これが本論文の動機である。

私は個人的に冒頭の質問を学生・教員を含む数十名に直接問うたことがあるが，明快な回答を受け取ることができなかった。私はそれ以上の調査を特に行っていないので，私の予想は過

度の一般化であると思われるかもしれない。しかし，心理統計法に関する多くのテキストに，冒頭の質問に閉口するようになってしまう原因となる記述が散見されることから，殊更調査をするまでもなく，心理統計法の学習・教育を経由した際に否応なく生じてしまう現象であるに違いないと思われるのである。

問題と目的

学部レベルの心理学教育において，学生が非常に苦勞する科目が心理統計法あるいは心理統計学 (Psychological Statistics or Statistics in Psychology; 以下，心理統計法と呼ぶ) であろう。欧米とは異なり，日本の大学において心理学は文系に位置づけられていることもあり，高校レベルの数学的知識の習熟が期待できない学生も，心理統計法と格闘しなければならない。というのも，多くの心理学コースにおいて心理統計法は必須科目として扱われているからである。但し，理工系の統計学とは違い，確率密度分布に関する理論や積率母関数によるパラメー

タの導出、各種証明などの数理的内容が含まれることはほとんどなく、専ら、統計学のエンドユーザとしての学習、すなわち、どういう場合にどのような統計的検定法が利用可能かを理解することが重視されるという特徴がある。

また、学生にとっては（幸か不幸か）、統計ソフトウェアを活用すれば、計算や結果の出力はコンピュータが行ってくれるという良い時代となった。例えば、統計ソフトウェアRは無料で自由に使えることから、多くの大学や研究機関がRに移行するという事態になってきており、そのような動向は心理学においても例外ではない。もちろん、有料ではあるがMicrosoft Excel®やIBM SPSS®なども今なお健在であり、もともと有料であったSAS®は2014年に無料で利用できるようになった。

しかし、これらの統計ソフトウェアを使いこなすためには、使い方に関するスキルと同時に統計的な考え方や知識が必要なのであって、ややもすると、テキストや教材に書いてある通りにコマンドをタイプして同じ結果が出力されることを確認するものの、自分が一体何をやっているのか理解していないということになりがちである。例えば、Zuur, Ieno, & Meesters (2009 石田・石田訳 2012) は、長年の教育活動を通じて、統計学とRを同時に教えると、受講者は統計学という壁とRプログラミングという壁にぶつかり、ほとんどの場合、やる気が削がれてしまうと述べている。

「自分が何を行っているかを知ること」が必要なのは、Rの操作に限った話ではない。自分が実行すべき統計的検定法が何であり、それを統計ソフトウェアでどのように行うかという流れの方が目的志向的であり、動機づけにも繋がるだろう。したがって、そういった目的志向さえあれば、統計ソフトウェアの選択は五十歩百歩の問題に過ぎない。

かくして、統計ソフトウェアに任せられない問題、すなわち、適切な統計的検定法の選択こそ心理統計法の学習にとっては重要であるという、初めに述べた現状に立ち返ることになる。とはいえ、そういった話は心理統計法のテキストには必ず掲載されていることである。

本稿で論じたいのは、心理統計法に慣れてしまうと、心理学者以外の専門家が書いた統計学の書籍を理解しにくくなる可能性である。もちろんそれには「数式に面食らう」という側面もあるだろう。しかし、数式を操るよりも統計ソフトウェア上で「迷子」にならないようになるためには、コマンド選択で大事になる用語法を理解しておく必要がある。

本稿では、特に心理学研究で多用される分散分析や実験計画法にまつわる3つの概念、対応 (relatedness)、反復 (repetition)、繰り返し (replication) について整理し、それにより、心理統計法教育に資することを目的とする。ウェブ上の統計ソフトウェアであるANOVA 4 on the Web®やjs-STAR 2012®のように、心理統計法の用語法に即したのもあるので、本稿は心理統計法を学ぶ学生にとっては蛇足に過ぎないかもしれない。しかし、より理論的な理解を目指そうと実験計画法に特化した書籍 (e.g., 中村, 1997; 永田, 2000; 豊田, 1994) に手を伸ばそうとする学生や研究者にとって本稿は、それと心理統計法の間感じられる「通約不可能性 (incommensurability)」を解消する一助になると思われる。

一元配置法

実験計画法で一元配置法 (one-way design) と呼ばれるこのデザインでは、因子Aを1つ選び、 a 個の水準を設定し、水準 A_1, A_2, \dots, A_a ごとに母集団を想定する。つまり、 a 個の母集団を想定し、各母集団から r 個のサンプルを抽出すると考える。この r を繰り返し数 (number of replication) と呼ぶ。

「繰り返し (replication)」が本稿で整理する最初の「R」である。繰り返しとは「レプリカ (複製)」という言葉の意味に近く、水準の設定を最初から施してサンプルを1つ採るという実験自体を繰り返すことを意味する。つまり、 $N = a \times r$ 回の実験をランダムな順序で実施することになる。心理学実験に即して言えば、 N 人の被験者を r 人ずつ各水準にランダムに割り当てることに相当する。したがって、一元配置法は、

心理統計法における 1 要因被験者間計画 (one-factor between-participants design) のことである。

繰り返しという用語は，実験計画法では「繰り返しのある (with replication)」あるいは「繰り返しのない (without replication)」というフレーズで用いられる。「繰り返しのある」という場合は $r \geq 2$ であることを指し (もちろん，データ数が各水準に 2 個しかないというのは現実の分析としては信頼できるものではない)，各水準の組み合わせで共通するデータ数のことである (なお，実際の分析においては各セルにおけるデータ数が異なっても良いが，例えば Microsoft Excel[®] はデータ数が揃っていないと動作しない)。また，「繰り返しのない」という場合は $r = 1$ であることを意味する。したがって，一元配置法には「繰り返しのある一元配置法」しかない。

つまり，繰り返しのある一元配置法が 1 要因被験者間計画であることが了解されるはずである。しかし，ここには，心理統計法に慣れた人ほど違和感を覚える点がある。それは，「繰り返し」があるのに「被験者間」となっている点である。前述したように，繰り返しという実験計画法の用語に，同一の被験者が因子 A の全ての水準を経験して，それぞれの水準にデータを提供するという意味はない。しかしながら，例えば，山西 (2014) と杉田 (2014) はそれぞれ以下のように記述している。

…「繰り返しなし」の一元配置分散分析のことを，異なる被験者間の実験計画であるため「被験者間計画」と呼び，「繰り返しあり」の一元配置分散分析のことを，同じ被験者内の実験計画であるため「被験者内計画」や「反復測定」と呼ぶこともあります。(山西, 2014, p. 73)

… 1 回のみデータを収集する場合を「繰り返しなし」(対応なし) といいます。繰り返しがなく，別々の参加者からそれぞれの要因 [「水準」の誤り] のデータを収集するため，被験者間計画 (between-subjects

design) と呼びます。同じ学習者から 2 回以上データを収集する場合は，「繰り返しあり」(対応あり) といいます。こちらは被験者内計画 (within-subjects design) と呼ばれます。(杉田, 2014, p. 86)

これらの記述には，実験計画法の観点から見れば，明らかな誤用が認められる。前述した通り，繰り返しあり/なしは，対応あり/なしのことではなく，被験者内/間とも異なる概念である。また，山西 (2014) の言う「繰り返しのない一元配置分散分析」は，実験計画法の用語法では存在しないのである。

以上のように，心理統計法から背伸びして実験計画法を紐解こうとすると，同じ用語であっても，それらが指し示すものが異なっているという事態に直面するのである。心理統計法を R で実行する解説書 (e.g., 実吉, 2013; 山田・杉澤・村井, 2008) では，「対応のある一元配置の分散分析」や「対応のない一元配置の分散分析」という用語が用いられているものの，これらは実験計画法の用語法としては標準的なものではないと考えられる。

本節では，実験計画法における一元配置法が 1 要因被験者間計画 (対応のない一元配置法) であることを述べたが，1 要因被験者内計画 (対応のある一元配置法) は，実験計画法の用語法ではどう表されるかと言えば，それは「繰り返しのない二元配置法」である。

繰り返しのない二元配置法

繰り返しのない二元配置法 (two-way design without replication) は，厳密に言えば，1 要因被験者内計画に対応しない。正確には「乱塊法 (randomized block design)」が 1 要因被験者内計画に相当するのだが，これは形式的には繰り返しのない二元配置法と同じになる (永田, 2000)。したがって，例えば，Microsoft Excel[®] の分析ツールにある「分散分析：繰り返しのない二元配置」を用いれば，1 要因被験者内分散分析を行うことができる (これが本稿冒頭の質問に対する回答である)。

しかし、上述の用語法は、心理統計法に慣れた人に奇妙な感覚を与えると思われる。まず、「繰り返しなし」なのに「被験者内」となっている点である。これは前節で述べた通りである。次に、元と要因はいずれも因子のことであるにも関わらず、かたや「二元」、かたや「1要因」というバランスの悪さである。このバランスの悪さを心理的に解消するためには、繰り返しのない二元配置法と乱塊法について知る必要があるだろう。

実験計画法における繰り返しのない二元配置法では、2つの因子 A と B を選び、各因子について a 個の水準と b 個の水準を設定し、各水準の組み合わせ $A_i B_j$ ($i=1, 2, \dots, a; j=1, 2, \dots, b$) において1回だけ実験を行う。したがって、実験回数は $N = a \times b$ 回となる。これをランダムな順序で実施する。

表1に因子 A が3水準、因子 B が3水準である繰り返しのない二元配置法において、ランダムに定めた実験順序の例を示す。繰り返しはないので、各水準の組み合わせには1つのデータしか入らない。そのため、各水準の組み合わせの効果、いわゆる交互作用 (interaction) を検討することができないのが特徴である (永田, 2000)。

また、ここでの二元を、心理統計法における2要因として考えると、各水準の組み合わせに被験者を1人ずつ割り当てることに相当するが、このデザインは実際の心理学研究では決して推奨されることはなく、むしろ各セルに複数の被験者を割り当てなければならないと考えるはずである。しかしながら、この考え方は、各セルに複数個のデータを充てる「繰り返しがあ

る」デザインであって、繰り返しのない二元配置法ではない。このように、二元を心理学研究でいう2要因として捉えると、繰り返しのない二元配置法が心理学で採用されることはまずない。ましてや、「二元配置なのに交互作用を検討できない」というのは、ほとんどの心理学者にとっては理解しがたいはずである。

ここで、表1を見てみよう。この例のようなランダムな実験順序が可能なのは、研究者が2つの因子の各水準を独立して再現あるいは設定することが可能だからである。ところが、結果に影響する可能性が考えられるものの、その因子が研究者には操作不能であるために、ある水準が自然状態で確定しているうちに、もう一方の全水準についてランダムな順序で実験しなければならない場合がある。例えば、天候のような環境条件の違いが実験結果に影響を与える可能性がある場合や、1日に実施できる実験回数が限られているためにその日のうちに全水準の実験をこなす必要がある場合である。同様に、被験者も、実験結果に影響を与える可能性があるが研究者には操作も再現もできない「因子」なのであり、被験者1人1人がその「水準」の役割を果たしているのである。

このように、2つの因子のうち、水準設定に再現性がある因子は制御因子 (controllable factor) と呼ばれる。一方、水準設定に再現性がない因子はブロック因子 (block factor) と呼ばれる。これらの2因子を用いる特殊な、繰り返しのない二元配置法は乱塊法 (randomized block design) と呼ばれる。因子 A が3水準のブロック因子、因子 B が3水準の制御因子とすると、乱塊法における実験順序は表2のように

表1 繰り返しのない二元配置法における実験順序の例

因子A	因子B		
	B_1	B_2	B_3
A_1	4	6	8
A_2	2	3	9
A_3	1	5	7

表2 乱塊法における実験順序の例

因子A	因子B		
	B_1	B_2	B_3
A_1	2	3	1
A_2	4	5	6
A_3	9	7	8

なる。

心理統計法に慣れ親しんだ人は表2に対して、「 A_1 、 A_2 、 A_3 という3名の被験者が要因Bの3つの水準（条件）をランダムに経験した」と解釈するだろう。しかし、ここで重要なのは、前述したように、実験計画法では被験者も因子（元）の1つであり、特にブロック因子として捉えるという点である。また、天候、日、被験者などのブロック因子は「誤差からその効果を取り除く」という目的で導入される因子である（永田，2000）。心理統計法において、「被験者間要因よりも被験者内要因における分析の方が有意な判定になる傾向がある」というのは、被験者因子がブロック因子の役割を果たしていることを意味しているのである。だからこそ、変動因の1つ（より正確には、被験者間変動）として「被験者」が、1要因被験者内分散分析の表に登場するのである。

表2のデータの取り方では、まず A_1 の中でランダムな順序で実験が実施されており、同様の手続きが A_2 、 A_3 と繰り返されている。この手続きの繰り返しのことを「反復（repetition）」と呼ぶ（永田，2000）。表2で言えば、ブロック因子Aの行が順次増えていくというイメージである。「反復」と「繰り返し」はその意味するところが異なっていることは明らかであろう。

心理統計法や統計ソフトウェアでは「反復測定（repeated measures）」という用語で反復という名称に出会うことが多いが、これは、同一の対象に対して複数の測定を行うことを指す（e.g., Cohen, 2008; 豊田, 1994）。つまり、表2で言えば、この「反復」はブロック因子の A_1 に対して制御因子Bの各水準について測定を反復したという意味であり、いわゆる「対応あり（related/paired/matched）」とほぼ同義である（但し、対応ありという場合、一般にデータの間「紐付け」ができる状況を指す）。しかし、これは前段の「反復」とはやや意味が異なっている。

対応ありと反復について「用語の棲み分け」を明確にしようと考えれば、反復は「同じ手続きをブロック因子の次の対象にも実施する」という意味（永田，2000）とすべきかもしれな

い。しかし、この棲み分けへのこだわりはあまり生産的ではない。というのも、反復と対応ありを同義語と見なしたとしても、統計ユーザとしては概念的にも実用的にも問題はないからである。したがって、明確な区別が要請されるのは、「繰り返し」と「反復」なのである。

繰り返しのない二元配置法と乱塊法の最も顕著な違いは、1つの因子の水準設定に再現性があるか否かという点である。本稿では詳しく述べないが、データに想定される理論的な構造モデルは、意味的な差こそあれ、形式的には全く同じである。したがって、1要因被験者内分散分析は「繰り返しのない二元配置分散分析」として実行されるものである。図1は、1要因被験者内計画の仮想データに対してMicrosoft Excel[®]とAnova 4 on the Web[®]による出力を示している（但し、Anova 4 on the Web[®]は主効果が有意である場合には続いて多重比較（Ryan法）の実行結果を表示する）。いずれの分散分析表も（多少の計算誤差はあるものの）同じであることが確認できる。

分散分析法について詳述している山内（2008）は、その1要因被験者間分散分析としてMicrosoft Excel[®]の分析ツール「分散分析：一元配置」を用いた例示をしているが、1要因被験者内分散分析としてMicrosoft Excel[®]を使用した例を掲載していない。これは、山内（2008）がMicrosoft Excel[®]での分析方法を知らなかったのではなく、提示している心理統計法用語法とMicrosoft Excel[®]で用いられている用語法が異なっていることによる読者の混乱を避けようとした配慮であると思われる。

また、豊田（2009）は、検定力分析（power analysis）の説明例の1つとして「繰り返しのない2要因分散分析」を挙げているが、中身は「1要因被験者内分散分析」である。実験計画法において二元とはすなわち2要因のことであるから、「繰り返しのない2要因」というのはここで論じた用語法に従った表現である。

繰り返しのある二元配置法

実験計画法における繰り返しのある二元配置

Table of Analysis of Variance					
source	SS	df	MS	F	p
subject	20.0700033	3	6.6900011		
A:B	5.7266638	2	2.8633319	17.896	0.0030 ***
error [AS]	0.9600013	6	0.1600002		
Total	26.7566684	11			

+ p<.10, * p<.05, ** p<.01, *** p<.005, **** p<.001

変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
行	20.07	3	6.69	41.8125	0.000204491	4.757062664
列	5.726666667	2	2.863333333	17.89583333	0.002959271	5.14325285
誤差	0.96	6	0.16			
合計	26.75666667	11				

図1 仮想データに対する繰り返しのない二元配置分散分析の結果

左が仮想データ, 右上段がAnova 4 on the Web[®]による出力, 右下段がMicrosoft Excel[®]による出力。

法 (two-way layout design with replication) では、2つの因子 A と B を選び、因子 A の水準を a 個、因子 B の水準を b 個設定し、水準の組み合わせ $A_i B_j$ ($i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b$) ごとに母集団を想定し、それぞれから r 個のデータを採取する。したがって、ランダムな順序で実施される実験数は $N = a \times b \times r$ 回となる。このパターンでは、2つの主効果と交互作用について検定を行うことができる。

これまでの議論から、繰り返しのある二元配置法が、心理統計法における2要因被験者内計画に相当することは明らかであろう。すなわち、「繰り返しのある」という語は被験者内要因の存在を示すのではない。しかし、心理統計法を学んだ人は、「繰り返しのある二元配置法」と聞くと「2要因被験者内計画」のことであると認識するだろう。これでは、2要因被験者内分散分析を行おうと、統計ソフトウェアで「繰り返しのある二元配置」を選んだところで望みの分析が行えず、まごついてしまうのがオチだろう。

まとめ

本稿の目的は、分散分析や実験計画法における3つの概念、「対応」、「反復」、「繰り返し」について、心理統計法における誤用の実態を指摘し、統計学に関する発展的な学習の際に遭遇するであろう通約不可能性を解消させることであった。本稿の議論を総合すれば、心理統計法に慣れ親しんだ人は、対応、反復、繰り返しの3つ

の概念を全て同一の意味と捉える傾向があり、統計ソフトウェアで用いられている一般的な用語法とは大きな隔たりがあるというのが実態であろう。

また、これらの用語とともに注意しなければならないのは「元」と「要因」である。心理統計法においてこれらもまた区別せずに用いることが多い。かといって、実験計画法においても区別されているものではない。しかし、本稿で述べたように、繰り返しのない二元配置法が1要因被験者内計画に相当するが、被験者も1つの因子（ブロック因子）として積極的に解釈しているか否かという点で異なる。用語法の違いは、ノンパラメトリック検定の選択にも影響を及ぼす可能性がある。例えば、Friedman 検定は「繰り返しのない二元配置に対する分析法」と表現されることがあるが、心理統計法的な意味での2要因の分析法ではないのである。

統計学は科学研究で用いられている共通語であるとしばしば言われることがあるが、本稿で見えてきたように、心理統計法は統計学の「一方言」であると考えた方が実情に即していると思われる。この方言は、同一素材であれば比較的小幅にしかバラつかないような物理・化学的試料とは異なり、個人間でも個人内でもバラつく「ヒト」という特殊な素材を試料としているという心理学の事情に沿うよう、先人たちの努力によって調整されて形作られたものであろう。

本稿は決してその努力を否定するものではなく、また、心理統計法が形成されていく歴史的

分析を行わなかった。というのは、仮にその分析を行い、「誤用の原因」作り上げた犯人を突き止めたところで、今後の心理統計法教育に有益であるとは考えにくいからである。但し、この点に関する蛇足を申し添えておくことにすれば、本稿では誤解を避けるために、replicationという語に「反復」という訳語が当てられることがあることについて敢えて述べなかった。実験計画法の祖Fisherが提唱した3つの基本原理の1つを指す場合にreplicationは「反復」と訳される(残りの2つは「無作為化(randomization)」と「局所管理(local control)」。Fisherが提唱したreplicationは本稿で述べた「繰り返し」の意味であり、もしかすると、誤用される危険性は実験計画法の誕生の時点から内在していたのかもしれない、そうであるならば、用語の誤解を招いた犯人はFisher本人だったと言えなくもない。

しかし、心理統計法は一方言であるとはいえ、用語法は適切であるべきだろう。中山(1997)が指摘するように、日常用語は無意識的に使用されてしまうので、科学ではそれが逆に正確な理解を妨げる原因になる。「繰り返し」という用語に対する誤解が生じている実態から、心理統計法のユーザは「用語を常識で理解しようとするしないこと」の大切さを肝に銘じなければならない。

引用文献

- Cohen, B. H. (2008). *Explaining psychological statistics* (3rd ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- 永田 靖 (2000). 入門実験計画法 日科技連出版社
- 中村義作 (1997). よくわかる実験計画法 近代科学社
- 中山幹夫 (1997). はじめてのゲーム理論 有斐閣ブックス
- 実吉綾子 (2013). フリーソフト「R」ではじめる心理学統計入門 技術評論社
- 杉田麻哉 (2014). 分散分析入門 (2)—独立変数が2つ以上ある場合には 竹内 理・水本 篤 (編著) 外国語教育研究ハンドブック—研究手法のより良い理解のために一改訂版 松柏社 pp.83-107.
- 豊田秀樹 (1994). 違いを見抜く統計学—実験計画と分

- 散分析入門 講談社ブルーバックス
- 豊田秀樹 (編著) (2009). 検定力分析入門—Rで学ぶ最新データ解析 東京図書
- 山田剛史・杉澤武俊・村井潤一郎 (2008). Rによるやさしい統計学 オーム社
- 山西博之 (2014). 分散分析入門 (1)—3つの平均を比較するには 竹内 理・水本 篤 (編著) 外国語教育研究ハンドブック—研究手法のより良い理解のために一改訂版 松柏社 pp.71-82.
- 山内光哉 (2008). 心理・教育のための分散分析と多重比較—エクセル・SPSS解説付き サイエンス社
- Zuur, A. F., Ieno, E. N., & Meesters, E.H. W. G. (2009). *A beginner's guide to R*. Springer.
- (ジュール, A.・イエノウ, E.・ミースターズ, E. 石田基広・石田和枝 (訳) (2012). R初心者のためのABC 丸善出版)