算数・数学の文章題解決における図の生成と提示の効果

The Effects of Generating and Presenting Diagrams on Word Problem Solving in Mathematics

宮崎仁志・宮本正一

（岐阜大学大学院教育学研究科・岐阜大学教育学部）

Hitoshi MIYAZAKI and Masakazu MIYAMOTO

(Graduate School of Education, Gifu University ; Gifu University)

本研究では，小学5年生と中学2年生を対象として，文章題解決能力の高低および学校段階によって文章題解決における図の生成と提示の効果に違いがみられるかを実験的に検討した。実験の結果，文章題解決能力の高低によらず，図を生成する場合よりも，図が提示される場合のほうが文章題解決の成績は高くなることが示された。また学校段階の違いによらず，図が提示される場合のほうが文章題解決の成績が高かった。さらに問題ごとの分析から，未知数や数量間の関係が多く含まれるような複雑な文章題において，図の提示の効果がとくに大きいことが示唆された。最後に，本研究の結果をふまえて，具体的な支援の方法に関する教育実践への提案を試みた。

キーワード：文章題　図の生成　図の提示

問題と目的

算数・数学学習の場において，「計算はできるが，文章題になると途端に解けなくなる」という子どもは少なくない。文章題とは“具体的な数量的事項を文章で設定して問題を提起し，それを解決させるような形式の算数・数学の問題であり，応用問題ともよばれる。ただし，具体的な事項といっても，実際に起こりうる事項という意味ではなく，現実感を起こさせる事項という程度の意味である”（一松・竹之内，1991，p.50)。ここで「数量的事項が具体的である」とは，問題で与えられる数量が名数であり，現実世界の事象を数理的にモデル化していることとして捉えることができる。したがって，文章題を解決することは抽象的・形式的な算数・数学の知識をより具体的で現実に近い場面での問題解決に適用することであるといえる。

2008年改訂の学習指導要領においては，身につけた知識や技能を日常生活や他教科等の学習において活用することをいっそう重視することとされた（文部科学省，2008a，2008b)。よって文章題の指導は，活用する力を育成するという点で今後ますます重要になると考えられる。同時に，身につけた知識が具体的な場面で活用できることを実感することにもつながり，算数・数学への関心や学習意欲を高めるという動機づけの効果も期待される。

文章題解決の過程は，問題文の内的表象を形成する理解過程と，それにもとづいて解法を計画し，演算を実行する解決過程とに大別できる（Kintsch & Greeno，1985; Mayer，1992)。Mayer（1992）はこれらの過程をそれぞれ2つずつの下位過程に細分化し，文章題解決の4過程モデルを提唱した。すなわち，理解過程を①問題文を1文ごとに内的表象に変換し，文単位で理解する「変換」過程と②文単位の表象を関連づけたりまとめたりして，問題の全体的状況を理解する「統合」過程とに，解決過程を③解法を計画し，演算を選択する「プランニング」過程と④選択した演算を実際に行って最終的な解を求める「実行」過程とに分けた。

これまでの研究によって，文章題解決の困難は解決過程よりも理解過程，とくに統合過程に

起因することが示されてきた（多鹿，1995)。このことは，最初に述べたように「文章題は苦手でも，計算問題はできる」という子どもが多くいることからも納得できる。

そのため，文章題の理解にかかわる要因を特定する研究が多く行われてきた。Mayer（1992）は4過程モデルの各過程において必要とされる知識について述べており，とくに変換過程においては言語的知識や事実に関する知識が，統合過程においては問題の構造や解法に関するスキーマ的知識が求められるとしている。また，Zheng，Swanson，& Marcoulides（2011）はワーキングメモリ容量が文章題の解決成績と関連することを示した。

これらは文章題を解決する側の人に関する要因であるが，多くの人が解決に失敗するような文章題の特徴を調べることで，文章題の理解を困難にする課題側の要因についても明らかにされてきた。たとえば「りんごが６個あります。りんごはみかんより２個少ないです。みかんは何個あるでしょう」という文章題は，とくに低年齢の子どもにとっては難しいとされる。これは，「りんごはみかんより２個少ない」という数量間の関係を表す文を理解するのが難しいからであるという（Mayer，1992)。また，このような文章題を解決する際に６＋２＝８とすべきところを，６－２＝４としてしまう誤りが多い。これは「少ない」という言葉から減算を選択してしまう誤りであり，反転錯誤（reversal error）とよばれる（Lewis，1989; Lewis & Mayer，1987)。

反転錯誤は，言語的意味（少ない）と演算の意味（加算＝足す・多くする）とが整合しない不一致（inconsistent）問題においてみられる。Lewis & Mayer（1987）は，不一致問題においては，大学生であっても約２割が反転錯誤をおかすことを示した。またMartin & Bassok（2005）は，反転錯誤は問題文中の特定の語を演算決定の手がかりとして用いる（「全部で」から加算を，「倍」から乗算を選択するなど）ことによって生じる系統的な誤りであり，中学生から大学生まで幅広く見られることを示した。

こういった文章題の理解における困難を克服する方法についても，さまざまな研究が行われてきた。そういった方法の１つとして，図を利用するということが挙げられる。たとえば，Lewis（1989）は大学生を対象とし，不一致問題を解決する際に図をかくように訓練を行うことで，反転錯誤が減少し，文章題の解決成績が向上することを示した。池田・上淵・藤井（2010）においても同様に，文章題解決の際にどのような点に注意して図をかくとよいかを教えることによって，文章題の解決が促進されることが示された。適切な図がかけるかどうかということと文章題解決の成績には正の相関があることを示す研究も多くある（坂本，1999; van Garderen, 2006; 吉野・小野寺, 2008など)。

van Essen & Hamaker（1990）は，文章題解決における図の役割として，外的表象機能および視覚化機能を挙げている。外的表象機能とは，問題に関する情報を外的に表象することによって記憶（ワーキングメモリ）にかかる負荷が軽減され，より多くの処理資源を情報の統合や推論に利用することができるようになるということである。視覚化機能とは，情報を視覚的・空間的に表示することによって複数の情報を同時に処理することが可能になり，情報の統合が容易になるということである。図が果たすこれらの役割によって，文章題の適切な理解が促され，その結果文章題の解決成績が向上すると考えらえる。

ところで，Lewis（1989）や池田・上淵・藤井（2010）の研究は数回のセッションにわたる訓練の効果を検討したものである。しかし，「今，目の前で文章題が解けずに困っている子どもへの支援」という観点から支援方法を考えることも重要である。また，これまでの研究は文章題解決における図をかくこと（以下，図の生成とよぶ場合がある）の効果に注目したものが多いが，図をかくよう促すことが，すべての子どもにとって有効な支援であるとは限らない。なぜなら，そもそも文章題が苦手な子どもは，図をかくように言われてもどのようにかけばよいのかわからないということが多いからである。よって，文章題が苦手な子どもに対しては，図をかくよう促すよりも図を提示してやることで，文

章題の解決が促進されると考えられる。坂本（1999）やvan Garderen（2006）の研究から，文章題解決能力がある程度高い子どもは，解決が困難な文章題であっても自分で図をかくことができる可能性が高いため，生成・提示いずれの支援によっても同程度の促進効果がみられると考えられる。そこで，文章題解決における図の生成と提示の効果に関して，文章題解決能力の高低による違いがみられるか検討することを，本研究の第１の目的とした。

また，これまでの研究は小学生を対象としたものや，小学生レベルの文章題を大学生などに解決させたものが多く，そこで扱われる文章題も低学年における加減算のみで解決できるものから，高学年における小数や分数を含む割合文章題まで，さまざまなものがある。それに対して，瀬尾（2010）も指摘しているように，中学生を対象とした研究や中学生レベルの文章題を扱った研究は非常に少ない。文章題解決における小・中学生の違いについては，問題がより高度で専門的になるということだけでなく，方程式を用いるかどうかという解決方略の違いも考えられる。前述の「りんごが６個あります。りんごはみかんより２個少ないです。みかんは何個あるでしょう」という文章題の解決において，小学生では６＋２という適切な立式をするために「みかんはりんごより２個多い」という言い換えが必要となる。それに対して中学生では，未知数であるみかんの数をxとおき，「りんごはみかんより２個少ない」という表現を６＝x－２という減算を用いた方程式に置き換えればよい。よって，中学生においては図をかかない（あるいはかくことができない）場合でも，反転錯誤は小学生ほど多くはみられないと考えられる。そこで，文章題解決における図の生成と提示の効果が小学生と中学生とで異なるか検討することを第２の目的とした。

仮　説

まず，文章題解決能力による図の効果の違いに関して，仮説①と②を立てた。

仮説①：文章題解決能力の高い者では，図を自分でかく場合と図が与えられる場合とで，文章題の解決成績に差はないだろう。

仮説②：文章題解決能力の低い者では，図を自分でかく場合よりも，図が提示される場合のほうが文章題の解決成績は高いだろう。

次に，学校段階による図の効果の違いに関して，仮説③と④を立てた。

仮説③：小学生では，図を自分でかく場合よりも，図が与えられる場合のほうが文章題の解決成績は高いだろう。

仮説④：中学生では，図を自分でかく場合と図が与えられる場合とで，文章題の解決成績に差はないだろう。

方　法

実験協力者

小学５年生117名（男子58名，女子59名）・中学２年生191名（男子100名，女子91名）

実験時期

2011年12月上旬

実験課題

文章題　与えられる数値・解ともに整数で，加減乗除の四則演算によって解決可能な代数文章題を作成した（Appendix A）。これらの問題の多くには，「～より多い」「～より短い」などの大小関係の表現や「倍」「半分」という割合表現を含めるとともに，その一部は演算の意味と不一致な表現となるようにした。また，問題は図の条件によって，①図に関してはとくに教示を与えない「統制問題」，②図をかいて考えるように教示する「生成問題」，③問題文と併せて図を提示する「提示問題」に分けられた（提示した図については後述）。各条件の問題は２題ずつであり，全６題からなっていた。統制問題は文章題解決能力を測定するためのものであり，全協力者に共通の問題を用いた（ただし小学生と中学生とでは問題の構成が異なり，１題は小・中学生共通の問題であったが，もう１題はそれぞれに独自の問題であった）。またこれとは別に，生成・提示問題に用いるものを５題作成した（図問題とよぶ）。これらのうち３題は小・中学生共通の問題であり，あとの２題は小学生およ

び中学生に独自の問題であった。そして小学生と中学生それぞれについて，共通問題３題に独自問題1題を加えた計４題の図問題を，生成・提示の各問題に２題ずつ，協力者ごとにランダムに割り当てた（これによって，文章題の難易度の影響をカウンターバランスした)。さらに，条件内での出題順序も協力者ごとにランダムにした。

提示図　文章題解決と図の関連を検討している多くの先行研究で線分図が扱われていること，小学校４年生以降の算数・数学の教科書では線分図が多用されており，協力者にとってなじみがあるであろうこと，線分図はさまざまな数量を線分の長さによって表せるという汎用性を備えていることから，線分図を用いることとした。提示する線分図の作成にあたっては，問題文で述べられている相等関係・大小関係・比例関係を正確に表現するよう留意した。すなわち，等しい数量は物理的に等長な線分で，より大きな数量はより長い線分で表現し，４倍の数量は物理的に４倍の長さの線分で表現し，それを４等分する位置を破線で示した。また，線分の伸びる方向は横方向に統一し，複数の線分を上下に並置する場合は左端をそろえた。図中に数値や単位は書き入れなかったが，文章題解決の際には必要に応じて数字や記号などを書き加えてもよいことを教示した（Appendix B)。

手続き

問題や教示はすべて冊子に印刷し，集団で一斉に調査を行った。実験の実施は担任教師または教科担当教師に依頼し，クラスごとに実施していただいた。

問題冊子は条件ごとに分かれており，それぞれ６ページからなっていた。なお，統制問題の冊子には「問題Ａ」，生成問題では「問題Ｂ」，提示問題では「問題Ｃ」と表記した。そして，１ページ目に回答のしかたに関する注意事項が，２ページ目以降に問題が印刷されていた。見開き２ページで１題分にあて，左ページの上部に問題文と教示文が印刷され，その下に回答欄が設けられた。また，回答欄内に書ききれない場合は右ページの余白部分に回答を記入してもよいことを教示した。

文章題の問題文のあとに，統制問題では「答えの求め方をことばと式で説明してください」，生成問題では「図をかいて，答えの求め方をことばと式で説明してください」，提示問題では「下の図も使いながら，答えの求め方をことばと式で説明してください。図に数字や記号などを書きこんでも，かまいません」という教示文を加えた。さらに，提示問題では回答欄内の上部に図が印刷されていた。

統制問題→生成問題→提示問題の順で実施した。各条件の回答時間は10分とし，調査に要した時間は全部で30分ほどであった。冊子は各問題の回答を終了するごとに回収した。

結　果

回答の採点

最終的な解を求める適切な立式をしている回答を「正答」とし，２点を与えた。また，最終的な解を求める式は適切でないが，それ以外の未知数を求めたり，問題文には明示されていない数量関係を式または言葉で説明したりしている回答は「部分正答」として１点を与えた。そして，これらいずれの基準にも該当しない回答を「誤答」とし，０点を与えた。なお，計算の正誤については問わないこととした。

以上の基準にしたがって採点を行い，協力者ごとに統制・生成・提示問題それぞれについて2題の合計得点を求め，これを各条件における文章題解決の成績とした。

能力による図の生成と提示の効果の違い

仮説①と②に関して，文章題解決能力の高低によって，図の生成と提示の効果に違いがあるか検証した。まず，小・中学生それぞれについて，統制問題の合計得点によって協力者を２群に分けた。平均が小学生で2.8点，中学生で2.7点であったので，統制問題の合計得点３点以上を能力高群，２点以下を能力低群とした。統制問題における合計得点と，群ごとの生成・提示問題における合計得点（いずれも範囲は0—4）の平均を表１に示した。

表１　各問題の合計得点の平均（群ごと・全体）

	統制	生成	提示
小学５年生			
高　群 （N ＝73）		2.9 (1.39)	3.6 (0.91)
低　群 （N ＝44）		2.0 (1.44)	2.3 (1.54)
全　体 （N ＝117）	2.8 (1.30)	2.6 (1.47)	3.1 (1.35)
中学２年生			
高　群 （N ＝111）		3.4 (0.90)	3.7 (0.69)
成　群 （N ＝80）		2.2 (1.37)	2.7 (1.49)
全　体 （N ＝191）	2.7 (1.34)	2.9 (1.27)	3.3 (1.21)

注．Nは協力者数，（　）内は標準偏差

そして小・中学生それぞれについて，文章題の解決成績を従属変数として，能力（高・低：被験者間要因）×図の条件（生成・提示：被験者内要因）の２要因混合分散分析を行った（以降の統計解析は，すべてJavaScript－STAR［version 5.5.7j］を用いて行った）。その結果，小学生においては，能力（$F(1, 115)=29.76$，$p<.01$）および図の条件（$F(1, 115)=9.15$，$p<.01$）の主効果が有意であったが，交互作用は有意でなかった（$F(1, 115)=2.16$，*n.s.*；図１）。中学生においても同様に，能力（$F(1, 189)=81.79$，$p<.01$）および図の条件（$F(1, 189)=12.50$，$p<.01$）の主効果が有意であり，交互作用は有意でなかった（$F(1, 189)=0.66$，*n.s.*；図２）。

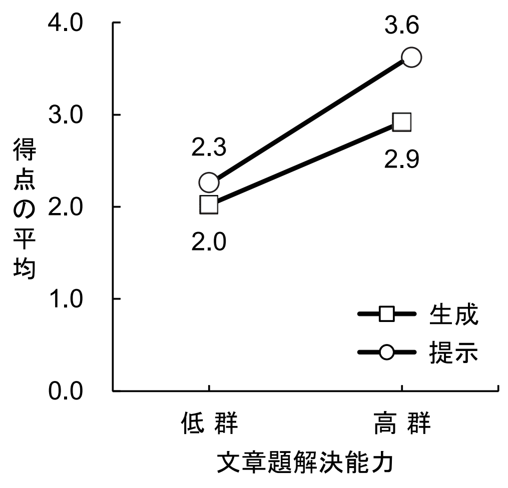


図１　能力群別の生成・提示問題の平均得点（小学生）

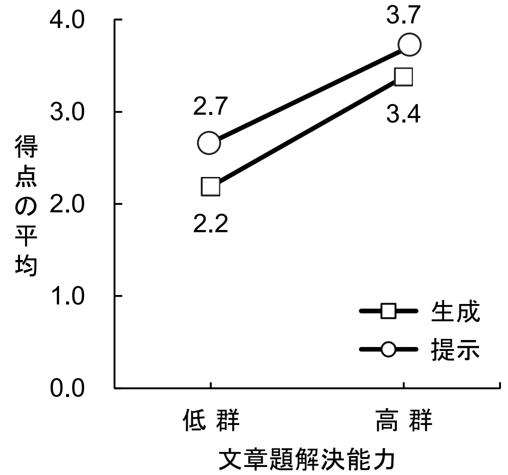


図２　能力群別の生成・提示問題の平均得点（中学生）

学校段階による図の生成と提示の効果の違い

仮説③と④に関して，学校段階による図の生成と提示の効果の違いがあるか検証した。

文章題の解決成績を従属変数として，学校段階（小・中：被験者間要因）×図の条件（生成・提示：被験者内要因）の２要因混合分散分析を行った。その結果，図の条件の主効果は有意であった（$F(1, 306)=24.01$, $p<.01$）が，学校段階の主効果（$F(1, 306)=3.53$, *n.s.*）と交互作用（$F(1, 306)=0.49$, *n.s.*）は有意でなかった（図３）。

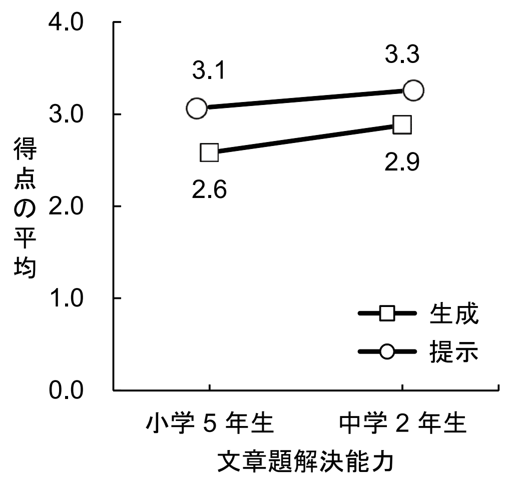


図３　学校段階別の生成・提示問題の平均得点

問題ごとの得点分布

各図問題における主な回答類型とその出現率を表２に示した。

また，問題ごとの条件による得点分布の違いを検討するため，カイ二乗検定を行った。その

表2　図問題における主な回答類型とその出現率

図問題		回答類型	出現率(%) 生成	提示
①	小	・45÷3×2で求めているもの（正答）	52.5	65.5
		・45÷2で求めているもの	18.6	10.3
②	小	・60＋5－9で求めているもの（正答）	52.7	62.9
		・60－4で求めているもの（正答）	3.6	22.6
		・60－5－9または60－5＋9で求めているもの	18.2	3.2
	中	・60＋5－9で求めているもの（正答）	73.9	68.7
		・60－4で求めているもの（正答）	3.3	12.1
		・１次方程式を解いているもの（正答）	4.3	6.1
		・60－5－9または60－5＋9で求めているもの	7.6	1.0
③	小	・(330－210)÷2で求めているもの（正答）	46.8	60.0
		・リンゴまたはミカン1個を210÷2で求めているもの	9.7	9.1
	中	・連立方程式を解いているもの（正答）	60.6	41.3
		・(330－210)÷2で求めているもの（正答）	14.1	44.6
		・リンゴまたはミカン1個を210÷2で求めているもの	5.1	0.0
④	小	・(140－80)×4で求めているもの（正答）	75.9	78.0
		・(140＋80)×4で求めているもの	8.6	3.4
	中	・(140－80)×4で求めているもの（正答）	47.9	81.4
		・連立方程式または1次方程式を解いているもの（正答）	27.6	8.3
		・(140＋80)×4で求めているもの	13.8	1.0
⑤	中	・1次方程式または連立方程式を解いているもの（正答）	26.8	27.7
		・{60－(8＋8＋5)}÷3で求めているもの（正答）	5.2	24.5
		・はじめに20枚ずつに配分しているもの	19.6	3.2

結果，小学生では図問題②において有意な偏りが見られた（$\chi^2(2)=12.70$, $p<.01$）。また，中学生では図問題④（$\chi^2(2)=12.59$, $p<.01$）と図問題⑤（$\chi^2(2)=6.43$, $p<.05$）において有意な偏りが見られた。残差分析の結果，小学生の図問題②では，生成条件よりも提示条件において２点の割合が高く（調整された残差＝3.564, $p<.01$），１点（調整された残差＝2.375，$p<.05$）および０点（調整された残差＝2.229, $p<.05$）の割合が有意に低かった。中学生の図問題④においては，提示条件のほうが２点の割合が高く（調整された残差＝2.750, $p<.01$），１点の割合が低かった（調整された残差＝3.546，$p<.01$）。０点の割合の差は有意でなかった（調整された残差＝0.288, *n.s.*）。図問題⑤については，提示条件のほうが２点の割合が高く（調整された残差＝2.536，$p<.05$），0点の割合が低かった（調整された残差＝1,973，$p<.05$）。１点においては有意な割合の差は見られなかった（調整された残差＝0.791, *n.s.*）。これらの問題の条件ごとの得点分布を図４から図６に示した。

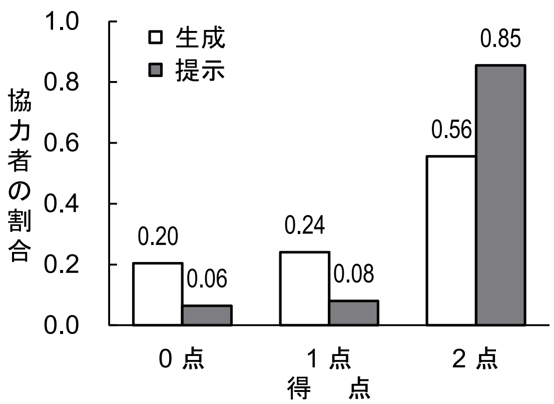


図４　小学生における図問題②の得点分布

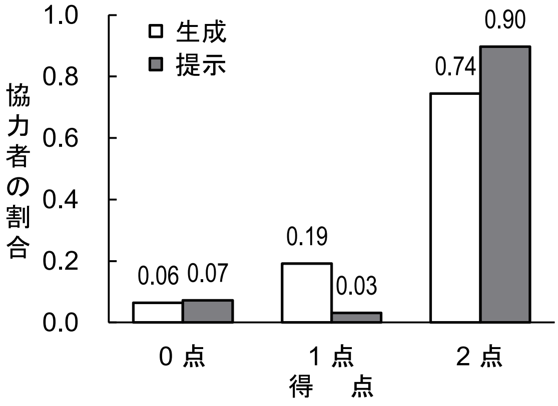


図５　中学生における図問題④の得点分布

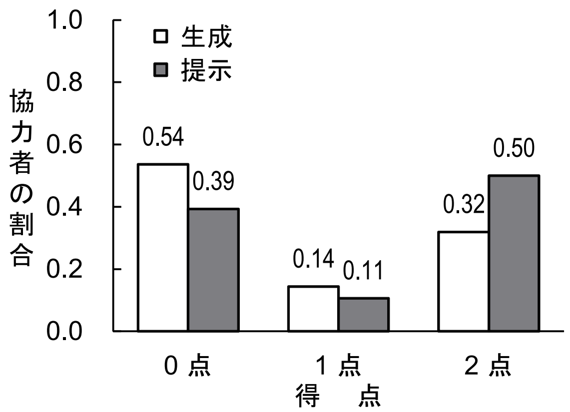


図 6　中学生における図問題⑤の得点分布

考　察

能力による図の生成と提示の効果の違いについて

能力×図の条件の 2 要因分散分析において交互作用が有意でなく，図の条件の主効果が有意であったことから，文章題解決能力の高低にかかわらず，図を自分でかく場合よりも，図が提示される場合のほうが文章題解決の成績は高くなるといえる。よって仮説②は支持されたが，仮説①は支持されなかった。

能力高群においても提示問題の成績のほうが高かったのは，図の提示によって解決成績が向上したためというよりも，図の生成によっては反転錯誤が改善されず，生成問題の成績が低い水準にとどまったためと考えられる。図問題②と④は，問題文での言語的表現と解決に用いられる演算の意味とが整合していない不一致問題であり，生成条件におけるこれらの問題では，能力の高低にかかわらず反転錯誤がみられた。そしてその割合は，図の利用について特に教示せずに文章題を解決させたLewis & Mayer（1987）の結果と同程度であった。さらに，Lewis & Mayer（1987）の研究が大学生に小学校レベルの文章題を与えたものであることや，Martin & Bassok（2005）が反転錯誤は中学生から大学生にまで広く見られることを示していることから，反転錯誤とは理解の困難に起因するものではなく，一見単純にみえる文章題を解決する際に，問題文への注意を怠ることによる誤り（いわゆる「うっかりミス」）であるといえる。

生成問題では問題文の理解にもとづいて図をかくため，不一致表現の誤った理解にもとづいて図をかいた場合には，文章題の解決が阻害されることになる。一方，提示問題では問題文と提示された図という 2 つの情報源にもとづいて文章題を理解することが可能である。そのため，問題文にもとづく理解が誤っていたとしても，図からの理解がその誤りを訂正したり不十分な理解を補足したりすることによって，文章題の適切な理解と解決が促進されると考えられる。また，提示された図の意味を理解したり，図に数値などをかきこんだりする際には，問題文と図の情報を比較・照合するために，問題文をよく読む必要がある。そのため，提示問題では問題文により多くの注意が向けられ，理解や演算の選択が意識化されたことによっても，反転錯誤が減少したと考えられる。

したがって，反転錯誤の改善には何よりもまず「不一致問題は誤りやすい問題であり，とくに注意して問題文を読むことが大切」であることを明示的に教えることが重要であろう。

また，能力の高低によって図の生成と提示の効果に違いがみられなかった別の理由として，回答時間が十分でなかったために，能力高群における生成問題の得点が，本来の能力に相当する得点よりも低くなってしまったということが考えられる。生成問題では図を自分でかく分，回答のための時間が少なくなるため，図をていねいにかいた協力者は時間内に回答を書ききれなかったという可能性がある。このような時間制限の影響は，自分で図をかくことができるほどの高い文章題解決能力をもっている者において，より大きいといえる。したがって，協力者ごとに回答時間が十分にとられるように個別に実験を行うなど，研究方法の工夫が必要である。

学校段階による図の生成と提示の効果の違いについて

学校段階×図の条件の 2 要因分散分析において，図の条件の主効果のみが有意で，学校段階の主効果および交互作用が有意でなかったこと

から，小・中学生の別によらず，図を自分でかく場合よりも図が提示される場合のほうが，文章題解決の成績は高くなるといえる。よって仮説③は支持されたが，仮説④は支持されなかった。

これは，小学生と中学生における解決方略の違いがあまりみられなかったためであると考えられる。本研究ではほとんどの問題を小・中学生共通の問題としたため，中学生に与えられた文章題は小学5年生が解決可能なレベルのものであり，中学2年生にとっては難易度が低かったといえる。このことは，分散分析において学校段階の主効果が有意でなかったことによっても裏づけられる。また，回答類型をみると特に図問題②と④では，中学生においても方程式を用いた回答は少なく，小学生と同様の計算による解決方略を用いたものが多い。

以上のことから，仮説設定の際に小学生と中学生における違いとして想定していた解決方略の影響が顕著に現れなかったことが，学校段階による図の生成と提示の効果の違いがみられなかった理由として考えられる。

文章題の特徴と提示効果の優位性について

生成条件と比較して，とくに図の提示効果が大きかった問題の特徴について検討する。

カイ二乗検定の結果，小学生では図問題②において，中学生では④と⑤において，生成・提示の条件による得点分布の違いがみられた。

図問題②は3つのテープの長さを比較する問題であり，1つの既知数と2つの未知数，およびそれらの間の2つの関係が与えられているという構造であった。また，2つの関係はどちらも演算の意味と整合しない不一致な表現であった。この問題について，小学生において図の提示効果が大きかった理由として，文章題で扱っている数量が「テープの長さ」であったことが考えられる。吉野・小野寺（2008）が「塔の高さを比較する文章題は図に表わすのが比較的容易である」としているように，直線的な長さという数量は線分図との親和性が高く，図の解釈も容易であるため，図の提示効果がより顕著に現れたのだと考えられる。なお，中学生においてはこの問題での図の提示効果の優位性は見られなかった。これは，中学生のこの問題の正答率が生成・提示の両条件を合わせて約9割と高く，天井効果が生じたためと考えられる。図問題④は3種類のくだものの値段を比較する問題であり，問題②と同じ構造の問題であった。また，2つの関係表現のうち，1つが不一致な表現であった。図問題⑤は中学生のみに与えられた問題であり，3つの未知数とそれらの間の3つの関係が与えられているという構造で形式的には3元1次連立方程式の問題であった（ただし，3元1次連立方程式によらなければ解決できないものではない）。

これらの問題の特徴を総合すると，3つ以上の数量を比較する（ゆえに，未知数の数や数量間の関係表現が多く含まれる）文章題や不一致表現が含まれる文章題において，とくに図の提示効果が高いということが考えられる（図の提示効果の優位性がみられなかった図問題①と③は，2つの未知数を含み，それらの間の2つの関係が与えられているという構造であった）。

まとめと今後の展望

本研究では，能力の高低や学校段階の違いによらず，図を自分でかくよりも図を提示するほうが文章題解決の促進効果が大きいことが示された。このような図の提示効果の優位性は，不一致表現が含まれていたり，未知数や数量間の関係が多く与えられたりする文章題においてとくに顕著であることが示唆された。

したがって，算数・数学教育の実践において文章題が苦手な子どもへの支援をする際には，子どもに図をかくように促すよりも，支援者（教師）が図を提示してやり，それを使いながら考えてみるよう促すような支援のほうが効果的であるといえる。具体的には，あらかじめ図をかいた「ヒントカード」を作成しておき，解決につまずいている子どもにはカードを提示して，そこにかかれた図を用いながら解き方を考えさせるという方法が考えられる。こういった支援は，多くの数量を比較するような複雑な文章題の解決に取り組む際にとくに重要である。

ただし，これまでに述べた図の提示効果の優

位性や教育実践への提案は，全体的・一般的傾向にもとづいたものであり，個人レベルにおいては，図を自分でかく場合のほうが文章題の解決成績が高かった協力者が全体の約10%いた。また，全体の５%の協力者は，生成・提示いずれの問題においても正答することができなかった。とくに生成・提示のいずれの効果もみられない児童・生徒は，問題文の全体的把握以前に問題文1文ごとの理解に困難をもっていることが考えられる。そのような児童・生徒に対しては，「AはBよりx多い」といった比較表現の意味に関する一般的な知識を教えたり，「倍」の概念を理解することを目指した支援をしたりすることが必要となる。

また，図の意味が理解できなければ，図が提示されてもそれを文章題の解決に利用することはできない。したがって「線分図では，より大きな数量はより長い線分で表現される」といった図の表現方法に関する一般的なルールを教えることも重要である。

さらに，本研究の結果をあらゆる文章題一般に適用するのには限界がある。本研究で用いた文章題は小数や分数を含まないものに限定していた。よって，小数や分数を含むより難易度の高い文章題においても図の提示が有効であると判断するには，さらなる研究が必要である。

どのような図を提示するのがより効果が高いかということも，今後の研究の重要なテーマとなる。本研究で用いたような，数値に関する情報を欠いた図と数値情報があらかじめ書き込まれた図とで提示の効果が異なるか検討したり，線分図とその他の図を比較したりすることが，よりよい支援方法の開発につながる。

引用文献

一松信・竹之内脩（編）(1991). 新数学事典　改訂増補版　大阪書籍

池田倫子・上淵寿・藤井勉 (2010). 図的表現が内的表象構築に及ぼす影響　東京学芸大学紀要総合教育科学系Ⅰ, **61**, 107-112.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, **92**, 109-129.

Lewis, A. B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, **81,** 521-531.

Lewis, A. B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, **79,** 363-371.

Martin, S. A., & Bassok, M. (2005). Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory & Cognition*, **33**, 471-478.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition.* 2nd ed. New York: W. H. Freeman.

文部科学省 (2008a). 中学校学習指導要領解説数学編　教育出版

文部科学省 (2008b). 小学校学習指導要領解説算数編　東洋館出版社

坂本美紀 (1999). 小学生における割合文章題の問題表象—子どもたちは問題をどのように図示するか—　愛知教育大学教育実践総合センター紀要, **2**, 47-53.

瀬尾美紀子 (2010). 数学的問題解決とその教育　市川伸一(編) 現代の認知心理学５　発達と学習　北大路書房　pp. 227-251.

多鹿秀継 (1995). 高学年の文章題　吉田甫・多鹿秀継(編著) 認知心理学から見た数の理解　北大路書房　pp. 103-120.

van Essen, G., & Hamaker, C. (1990). Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *Journal of Educational Research*, **83**, 301-312.

van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, **39**, 496-506.

吉野巌・小野寺範子 (2008). 小学生は算数文章題に対してどの程度適切に図を書けるのか　日本教育心理学会第50回総会発表論文集, 493

Zheng, X., Swanson, H. L., & Marcoulides, G. A. (2011). Working memory components as predictors of children's mathematical word problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology,* **110**, 481-498.

Appendix Ａ：本研究で用いた文章題

統制問題

①家から学校までの道のりは900mです。これは，家から駅までの道のりの４倍です。家から駅までの道のりは，何mでしょう。

②１個90円のドーナツと，１個150円のケーキを同じ数ずつ買ったら，代金は1200円でした。ドーナツとケーキをいくつ買ったのでしょう。

③長さのちがう２本のロープがあり，長さの差は８mです。また，短いほうのロープは，長いほうのロープの半分の長さよりも３m長いです。短いほうのロープの長さは何mでしょう。

図問題

①バレーボールとサッカーボールが，合わせて45個あります。サッカーボールの数はバレーボールの数の２倍です。サッカーボールはいくつあるでしょう。

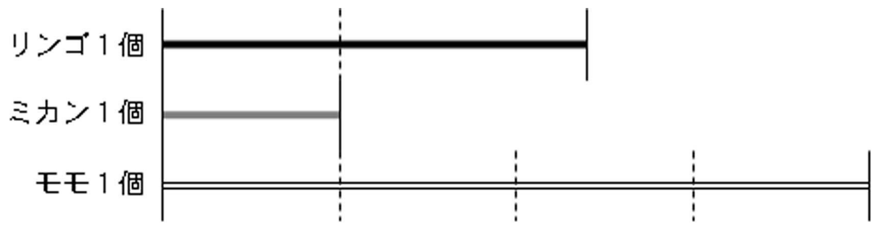
②赤，青，白の３つのテープがあります。赤いテープの長さは60cmで，青いテープよりも５cm短いです。また，青いテープは白いテープよりも９cm長いです。白いテープの長さは何cmでしょう。

③スーパーでくだものを買おうと思います。リンゴ１個とミカン１個では210円，リンゴ１個とミカン３個では330円です。ミカン１個はいくらでしょう。

④リンゴ１個の値段は，ミカン１個の値段よりも80円高いです。また，モモ１個の値段は，ミカン１個の値段の４倍です。リンゴ１個の値段が140円のとき，モモ１個の値段はいくらでしょう。

⑤赤，青，白のカードが，合わせて60枚あります。赤いカードは，青いカードよりも８枚多く，白いカードよりも５枚少ないです。青いカードは何枚ありますか。

Appendix Ｂ：提示図（図問題④の例）



Abstract

The purpose of this study was to compare the effects of generating and presenting diagrams on students' ability to solve mathematical word problems. One hundred and seventeen fifth grade elementary school children and 191 second grade junior high school children took part in the experiment. The results indicated that regardless of the students' level of ability, the presenting method was more effective than the generating one. The same result was observed in both the elementary and junior high groups. This superiority of the diagram-presenting method was particularly marked for the more complicated problems. Finally, a practical instructional method was developed based on the findings of the study.

Key words: mathematical word problem, generation of diagram, presentation of diagram