

算数数学教育における今日的な課題

－12年目研修の実施と検証－

数学教育専修 岩田 恵 司

1. はじめに

今年度の12年目研修の受講者は7名で内小学校教員が6名で中学校教員が1名であった。各自から事前に寄せられた研修課題は、

「児童の実態分析に基づいた算数科の工夫改善」

「伝え合い、高めあう力を育てる教科指導のありかた」

「見通しを持って課題解決する児童を育成する算数科教育の創造」

「学ぶ喜びのある授業をめざして―数と計算領域における文章問題を対象として―」

「子供の生活体験から必然性、必要性ある数の拡張を目指した指導法のありかた」

「自ら数理を追求する子の育成」

「生徒が自己表現力を高める数学科授業」

であった。

講座の研修テーマを「算数数学教育における今日的な課題」としたのは、研修教員が自由且つ素直に自らが算数数学に関して日頃課題としていることを述べていただくことを目的としたからである。大学での対面研修内容は、セミナー形式で大学教員や同世代の研修教員やと意見交換をすることにより、課題を焦点化し具体的に指導単元について教材研究を通して課題探求を図ることとした。メールや電話等による研修を経て単元指導計画の作成と指導事例を作成し研修の成果とすることとした。その後大学教員が所属校を訪問し所属校研修を行った。

2. 大学研修の内容

①初日（7月30日）の内容

進め方は以下のようなものである。

自己紹介

別紙資料にもとづき小学校「量と測定」領域の取り扱いについて大学教員が講話した。

受講生の研修課題の説明と大学教員の課題に対する質問と意見提示

セミナー形式による意見交流

課題の焦点化と課題探求の方途についてのレポート作成

研究計画の確認

その結果受講生の研修目標は以下に示すものとなった。

ア 小学校2年生かけ算指導にかかわる内容の研究

・指導内容の系統性を明確にすること

- ・各単位時間での指導内容に対して、「学習課題」、「学習のまとめ」が対応していることの検討及び子供の言葉として適切であることの検討を行う
- イ 6年間の算数「数と計算」領域の系統性を見通した1年生での具体的操作活動のあり方
 - ・6年間の「数と計算」領域の系統性を指導内容、指導目標、教材、学習課題、まとめの言葉での整理する
 - ・1年生の「数と計算」領域の系統性を指導内容、指導目標、教材、学習課題、まとめの言葉での整理し、それに結びつく具体的操作活動のあり方について考える。
 - ・1年生「ひきざん」の単元で具体的操作活動を明確にした学習指導案の作成
- ウ 1年生「たしざん」での10のまとまりを意識した数の見方ができるこの育て方
 - ・一位数たす一位数の計算での加数分解と被加数分解の取り扱いについて
 - ・それらを可能とするような既習の学習体験のさせ方について
- エ 3年生かけざん指導の系統性について
 - ・かけざんの筆算指導の系統性を問題、学習課題、まとめ、習熟の視点で整理する。
 - ・演算決定の場面で学習支援が必要な児童に対する問題提示の工夫
- オ 1年生「たしざん」「ひきざん」をつかって生活の中で問題解決ができる子の育て方
 - ・もんだいと問題提示の工夫
 - ・場面提示とブロックの効果的な使い方、場面提示の方法の違いと効果についての実践的研究
- カ 分数の指導の系統性と指導法について
- キ 既習事項が使える子の育成
 - ・既習事項を明確に押さえた単元指導計画の作成
 - ・既習事項と結びつける授業の工夫
 - ・中学2年生「一次関数」の指導での単元指導計画の作成での問題提示、学習課題、学習のまとめの言葉として既習事項の位置づけの明確化

②最終日（8月20日）の内容

資料を持ち寄り受講者が成果と今後の課題について発表し大学教員を交えて受講者相互に意見交流を行った。授業案などの成果は修正後実践日時を添えて後日提出することとした。

3. 所属校研修の内容

研修後の授業実践は

- ①10月17日（水曜日）郡上市立白鳥小学校
- ②10月19日（金曜日）多治見市立根本小学校
- ③10月26日（金曜日）岐阜市立長良西小学校
- ④10月27日（土曜日）岐阜市立長良小学校
- ⑤10月30日（火曜日）各務原市立緑苑小学校
- ⑥11月2日（金曜日）岐阜市立青山中学校
- ⑦11月7日（水曜日）郡上市立大和西小学校

でおこなわれた。

②⑥は日程の都合で大学教員は参加できなかった。

③④⑥は研究発表会等での公開授業として実践された。

①⑦は事務所訪問の日程に合わせて実施された。事務所指導主事の適切な指導もあり有意義な研修であった。

⑤は市教委訪問と合わせて実施された。当該校は文部科学省指定「学習指導カウンセラー事業」指定校で、指定後も各務原市教育委員会指定で算数指導に取り組んでいる。当日は全校研究会の公開授業もあり市教委指導主事の適切な指導とともに有意義な校内研究会が行われた。

4. おわりに

12年目の悉皆研修では受講者が何を研修したいのか目的が明確であり、意欲的に取り組む姿勢が顕著である。教科指導での課題は多く、指導内容の意義と目的を学年をこえて系統的に考える良い機会としてとらえたい。

提示資料

「測定」の考えをはぐくむ

岐阜大学 岩田 恵司

「量と測定」領域において身につけさせたい数学的な考え方は、単位の幾つ分をもとにした測定の考え方と、測定しやすい形や位置に置き換えて測定する考え方であり、それを保証するのが変換による量の保存性と加法性である。

測定での指導内容は、直接比較や間接比較などの比較活動や任意単位や普遍単位をもとにした測定活動を通して、量の比較と比較の工夫、任意単位による量の数値化、共通単位を用いる良さ、共通単位を用いての量の数値化、単位の選択、単位の相互関係、目的に応じた単位と測定用具の選択、誤差の意味がある。

扱う量は、子どもが見てその量が認識できる量、長さ、かさ、広さ、角の大きさと、目で見ても認識できない量、重さ、時刻と時間、がある。

(1) 「長さ」、 「かさ」、 「広さ」、 「角の大きさ」の指導

① 量の取り扱い

長さ、かさ、広さ、角の大きさは、それらの量のどれもが、児童にとって身近なものであり、視覚を通して大小の判断が容易であることと、連続的な量であることから、算数で子供が具体的に考える場面想起では欠かすことのできない量である。このことから体験的な活動を通して基準となる単位を自らみだし、測定活動を通して「有効な端下の処理の仕方を考える」という数学的な考え方の育成を図ることが大切である。

これらは、もっとも捉えやすい量であると同時にそれらは互いに密接に関係し合った量でもある。それ故、長さを材料に直接比較、間接比較の場面を通しての任意単位、共通単位の導入と、

量を数値化することの意味と良さを体感し、共通単位を用いての測定の学習、単位の選択、単位の変換の学習を進めていくことがきわめて大切である。

しかし長さと同じように学習内容を捉えることができるからといって、他の量での学習を共通単位を用いた測定の学習を出発としていいか否かは、もっと議論すべき事柄である。

例えば長さの直接比較では端をそろえてまっすぐにしてどちらが長いのかを調べることである。このことを、「広さ」で言い換えたり、「かさ」に適用するとどのようなことを意味しているのかを述べるのが出来たり活動できるのは長さでの学習をすれば可能である、と言い切れるとは思わないのである。

小学校の学習の中で最も大切にされなければならない学習活動は、同じように考えてみる、同じように調べてみる、同じようにやってみる等の「同じように」に表現される学習活動である。この「同じように」を大切に扱うことこそ基礎的基本的な内容を繰り返し学習する意味であって、それを通してこそ内容の理解と習熟が可能なのである。

子供は量が違えば同じようには考えられないという立場から指導を始めるべきなのである。

② 測定の意味

量の比較から始まり、量を数値化して比較する意味を考える指導では長さをモデルとして扱うことになる。指導課程で普遍単位の導入までが丁寧に指導されていても、用具の使い方の指導が丁寧でなければ指導目的達成したとはいえない。測定は目的にそって量を数値化することであり用具の選定が単位の選定を意味し、用具の使い方、目盛りの読み方が目的に応じた誤差の処理を意味しているからである。

実測経験を豊かにすることから量感は育つといえる。この、豊かに、の意味は、実測を通して1mm, 1cm, 1m, 10m, 100mなどの長さを意識できたり、自分の歩幅や両手を広げたときの長さを意識しそれを測定の単位として用いることができることである。mやkmの理解はこの量感を学習活動の中で具体的に自分と関わらせて持たせたり活用する必要がある。

同じような学習活動は広さ、かさの指導でも行う必要がある。

③ 量の間関係把握

同種の量に着目した量の間関係把握が、単位の相互関係である。これに対して異種の量の間関係に着目した学習が面積、体積の求積の学習である。

1. 長方形の求積指導を通して

面積の単位としては、測定のしやすさという観点から、単位正方形が用いられる。そこで、多角形求積指導として、最初に長方形が用いられることになる。

特殊な図形、長方形では、単位正方形いくつで敷き詰められるかを考え、その個数の求め方の工夫として、縦の辺の長さ acm 、横の辺の長さ bcm を用いて単位正方形の個数が縦に a 個横に b 個だから全部で $a \times b$ 個で $abc\text{cm}^2$ であると考え。次に、縦の辺の長さ acm 横の辺の長さ $1cm$ の長方形の面積は単位正方形 a 個で $ac\text{cm}^2$ である。元の長方形は、この長方形と縦の辺の長さが同じで横の辺の長さが b 倍だから、面積は $ac\text{cm}^2$ の b 倍で $abc\text{cm}^2$ であると結論づける。こ

のとき b は小数で表現されている場合も乗法場面として意味づけがなされる。このことから辺の長さが小数で表されている場合も、縦の長さが同じ2つの長方形の面積比は、横の長さの比に等しいことによって、辺の長さが小数であっても整数の時と同じ求積公式が使えることを導き、面積の意味を広げる。更に、長方形の求積公式の指導では、道幅が一定である道路の面積が道幅と道路の長さから求まったりする学習が発展として位置づけることができる。

2. 立体の求積指導を通して

直方体では、縦横高さで示される長さを用いて求積できること、更に、底面積と高さを用いて求積公式を導けることを学習するのである。同じようにこの学習の発展が柱体の求積公式である。

3. 角の大きさの理解を通して

角の大きさと線分の長さに着目した学習では、角を形成する一方の半直線上の一点から他の半直線へ垂線を下ろしてできる直角三角形に着目し、等しい角ではこの対辺の比が一定であることと理解する事なのである。

4. 三角形の求積指導を通して

長方形の求積においては、単位面積の考え方を基に、面積の意味を拡張した。多角形の求積では、量を測定するために、いったん図形的側面からアプローチすることで、測定しやすい形に変形するという考え方であり、そのために等積変形や倍積変形を行う。与えられた形を、目的に応じて分割したり、合成したり、移動や回転させたりして、既習の形に変形していくことは低学年から色板並べなどによる形作りの経験を通して、漸次身につけさせてきた図形の見方でもある。

等積変形などの考え方を育成する上で重要となることは、図形を構成する要素、特に底辺と高さの関係の理解がある。つまり底辺と高さが互いに垂直の関係で依存しあっていることを明確にとらえることが必要である。それ故、三角形の求積では、この「高さ」の理解が重要な要素として挙げられる。それは、三角形の一边である「底辺」の理解は、視覚で確認できるため容易であることに対して「高さ」は、「底辺」によって決まるものであり、自分で作図（判断）しなければならないという点で難しさがあるからである。

(2) 重さ、時刻と時間

重さ、時刻と時間といった目で見えて認識できない量の学習では、これらの量の体験がより重視される必要がある。

① 「時刻と時間」の指導

「時刻と時間」の指導は、こどもが量の比較や数値化の過程を踏まないで扱わざるを得ない量「時間」と、全ては時の関数であるとみたときの「時の位置」を示す年月日時刻の学習であり、子供が学習をするこの時点で、この意味をどれほど理解できるのかは不明である。指導内容は子供に

とって難しく、使える、できる事が指導の主眼となる。算数的な見方や考え方を育てるための指導はここでも大切な内容であるが、少ない算数の時間だけでこれらの指導内容が達成できると考えないことが重要である。時刻と時間の中にある60進構造は、1時間は60分であるという具体的な知識の習得とその習熟のなかで抽象されていく概念であるといえる。使える、できるは「理解」の後の学習活動である。しかし、不完全な理解であっても、具体的な場面を通して学習成果を活用し問題解決をする中で、学習内容の深い理解や、関連する内容に対して見方を深めたりすることが可能なのである。そして、そのような学習の仕方は大切な学習姿勢でもある。

②重さの指導

「重さ」の学習は第3学年に位置づけられている。ここでは、「長さ」などの学習での経験を生かして、「重さ」のもつ基本的な概念形成を図ることが大切である。そのためには、先にも述べたように体感を意図した具体的な操作活動や体験的活動など算数的活動の工夫が重要となる。児童心理学者ピアジェの説^[4]によれば、「幼児は目で物を見分ける前に、触ったり、なめたりすることによって、物を弁別する手がかりを知り、形の違いなどを見ただけで瞬間的にわかるようになる。」とある。「重さ」が視覚でとらえにくく体積に惑わされやすい量であるだけに、体を通した活動場面を設定することに意義が認められる。

子どもにとって、長さやかさなどの視覚で確認できる量をもとに、普遍性や加法性を理解しても、そのことが「重さ」では適用できないのである。この点は、量感を育てるという視点とともに、今後「重さ」の学習の中で、その指導のあり方を十分に検討していく必要がある。第3学年の児童の多くは、見た目で「重さ」を判断する傾向にある。大きいから重い。硬そうだから重いといったことはよく見かける言動である。そこで、いろいろな事象の「重さ」について調べる活動を設定することで、「重さ」の加法性や保存性といった基本的概念について、体験的にとらえさせていく必要がある。このことが量の加法性や保存性の理解を深める上で大切な学習なのである。

③2量に関わる学習内容

重さの体験を豊かにすることが他の領域の学習内容を支えることになるのである。そればかりか、比重、濃度、速さなど2量以上に関わる学習内容を把握するための土台でもある。中学校や他の教科で学習する場面になって体験的学習を強調しても学習効果が望めないのである。

ここではより体験的な算数的活動を意図する必要がある。又一方では、長さ、広さ、かさの学習を基にして、同種の、量の間関係や2量又は3量の間関係を式化したり、式を基に判断して測定したりする活動が大切である。例えば以下に述べるような活動がこれに当たる。

1. 物とその重さの間関係から式を用いて計算で測定する活動

- ・一度で測りきれない物の重さを計る場面
- ・容器に入った中身の重さを計る場面

これらの場面では対象となる物をいくつかに分けて測定し、加法を用いて全体の重さを求めたり、全体の重さから容器の重さを引いて中身の重さを求めるといった学習活動がその内容である。

2. 比例の関係を用いた活動

- ・ 一円玉やアルミ缶など何個かを合わせた重さを計る場面
対象となる物が等質である場合, その1個分の「重さ」(単位となる「重さ」)をもとに, 全体の重さをかけ算を用いて求める学習内容がこれにあたる。

3. 重さと関係づけて, かさを認識する学習活動

- ・ 水や一円玉を使って1 Kgを作る活動
一円玉一個が1gであることから1000個で1 Kgを作ったり。水1リットルで1 Kgを作って重さはかさで判断できないことを体験する活動がこれにあたる。
- ・ 水に物を浮かべたり沈めたりしたときの全体の「重さ」を検討する活動
水と鉄を合わせた重さを判断する活動, 水と木を合わせた重さを判断する活動, 水と塩を合わせた重さを判断する活動を通して, それぞれの結果で共通すること(重さの加法性)と異なること(物の状態)を考えた。その結果, 「重さ」が物の状態に左右されない固有のものであるという意識を強化する活動がこれに当たる。

4. 量の加法性, 普遍性の理解を促す活動

- ・ 大豆1リットルと米1デシリットルとを合わせたときの重さや体積を調べる活動
- ・ 水1に塩200gを溶かした時の重さと容積を調べる活動
重さには量の加法性が成り立ち, かさについては成り立つとはいえないことを知ること。又, この2つの場面では, 水溶液での塩の存在と, 2つの物を合わせたときに依然として認識できる米の違いと共通点について学習する場面が算数体験としても大切である。

5. 分かりやすい量に置き換えて測定する場面

- ・ 単位体積あたりの重さが分かっている場合の全体の重さを求める活動
立体の求積結果を用いて重さを計算して求める活動がこれにあたる。