岐阜大学教育学部研究報告（自然科学）第37巻，41-47，2013年３月
Sci. Rep. Fac. Educ. Gifu Univ.（Nat. Sci.）37, 41-47, March 2013

ケプラー式天体望遠鏡の仕組み
～初等中等教育における天文分野の授業に必要な基礎知識～

Principle of Keplerian telescope: Knowledge of the basics in the field of astronomy in elementary and secondary educations

内藤さゆり・勝田長貴・濱野由里衣*・川上紳一
岐阜大学教育学部

Sayuri Naito, Nagayoshi Katsuta, Yurie Hamano* and Shin-ichi Kawakami
Faculty of Education, Gifu University, Gifu, 501-1193, Japan

要　旨

安価で手軽に入手できるケプラー式屈折天体望遠鏡は，前方の対物レンズと後方の接眼レンズからなる．本稿では，この望遠鏡に関して，その倍率が対物レンズと接眼レンズの焦点距離の比で与えられることを示す．

【キーワード】：屈折望遠鏡，倍率，焦点距離，凸レンズ，天文観察

１．はじめに

15世紀初頭に発明された天体望遠鏡は，天文観察に欠くことのできないツールである．今日では，安価で手軽な望遠鏡を入手できるようになり，子供から大人まで様々な年齢層で天文現象を楽しむことができるようになった．とりわけ，2012年は，金環日食や金星の太陽面通過を日本各地で観察できたため，遮光グラスとともに望遠鏡に対する興味や関心が人々の間で高まった．

筆者らは，年に数回，小中学生とその父母らが参加できる親子天文教室を岐阜大学公開講座として開催している．この天文教室では，天体望遠鏡組み立てキット（スピカ）を教材とし，望遠鏡の作成から月や惑星の観察までを行っている．一般に天体望遠鏡には，反射鏡を用いて集光させる反射タイプと，レンズにより光を集める屈折タイプがある．通常，安価で入手しやすいものは屈折タイプである．屈折望遠鏡は，さらに，対物レンズと接眼レンズがともに凸レンズからなるケプラー式望遠鏡と，対物レンズが凸レンズで接眼レンズが凹レンズから構成されるガリレオ式望遠鏡に分類される．筆者らが教材として使用しているスピカは，ケプラー式望遠鏡である．この望遠鏡を通して物体を眺めると，上下左右逆さまに物体が見えてしまう。こうしたことから，参加者の親子からは，なぜそのようにものが上下左右逆さまに見えるのか，という質問がしばしば出されていた．

こうしたレンズを通した物体の見え方については，中学校理科「身のまわりの現象」で学習する凸レンズにおける光の進み方で取り扱われている．平成20年改訂の中学校学習指導要領（文部科学省 2008）では，光の性質については「光の反射や屈折の実験を行い，光が水やガラスなどの物質の境界面で反射，屈折するときの規則性を見いだすこと」，レンズの働きでは「凸レンズの働きについての実験を行い，物体の位置と像の位置及び像の大きさの関係を見いだすこと」と示されている．また，「身近な事物・事象についての観察，実験を通して，光や音の規則性，力の性質について理解させるとともに，これらの事物・事象を日常生活や社会と関連付けて科学的にみる見方や考え方を養う」ことが求められている．

その一方で，日常生活に関わりの深い光学機器のしくみを授業で扱うと，教科書の説明に実験や観察を盛り込むだけでは不十分で，読み物

＊現在：江南市立門弟山小学校．〒483-8323 愛知県江南市村久野町門弟山272

のような補足説明を加える必要があるとの指摘が授業実践を通じてなされている（山下ほか，2012）．こうした光学機器の原理やしくみについては，高校物理の教科書やより専門的な文献で調べることが必要となってくる．

そこで，本稿では，中学校と高等学校で基礎理論を学習しているケプラー式天体望遠鏡に関して，そのしくみを解説する．

2．ものが見えるしくみ

ケプラー式屈折望遠鏡は，接眼レンズ・対物レンズともに凸レンズが使われており，これらのレンズを通して見た物体は，肉眼で見た物体に対して上下左右逆さまになる．図１は，ケプラー式屈折望遠鏡において，ものが見えるしくみを模式的に示したものである．この図をもとに，上下左右逆さまとなる原因を，中学校理科の学習内容で考えてみる．

見ようとする物体（図１）は，対物レンズの焦点よりも外側で，凸レンズから十分に離れたところにある．物体のある一点から来る光は，対物レンズを通るときに屈折する．このとき，凸レンズの中心を通る光は直進し，光軸に平行に入射した光は焦点を通るように屈折する．そして，これらの光は，対物レンズを挟んだ反対側において，焦点よりも外側で一点に集まる．この一点に集まる場所で，上下左右逆の実像ができる．つぎに，この実像から出る光は，接眼レンズを通過する．このとき，通過する光は，対物レンズと同様にして屈折する．しかし，接眼レンズを通過した光は，対物レンズの場合と異なり，焦点よりも内側で物体から光が放たれているため，凸レンズの反対側で一点に集まることはない．その代わりに，接眼レンズを通過してきた光を，光の進行方向と反対方向に延長させる．そして，実像と同じ側で一点に集まったところで虚像がみえる．この像は，実像と同じ向きで拡大されている．つまり，観察者は，対物レンズによりできた実像を，接眼レンズで拡大して見ていることになる．

3．倍率とは何か～凸レンズ１枚の場合

屈折タイプの天体望遠鏡は，ケプラー式望遠鏡のように，通常，複数枚のレンズが装備されている．それらのレンズで物体を見ると，何倍かに拡大された像を見ることができる．ここでは，望遠鏡の倍率を考える前に，まずその基礎となる凸レンズ１枚についての倍率を考える．凸レンズ１枚での倍率は，物体が焦点より外側にある，つまり，実像ができる場合には，物体の大きさに対する像の大きさの比で定義される（図２）．したがって，虫眼鏡で物体を拡大して見る，つまり，物体が焦点より内側にある場合は，この定義を用いることができない．

実像ができる場合の倍率には，縦倍率（longitudinal magnification）と横倍率（lateral magnification）がある．縦倍率は，光軸に平行な方向の物体とその像の大きさの比で，一方，横倍率は，光軸に対して垂直方向に物体とその像の大きさの比で，それぞれ与えられる．カメラの凸レンズは，横倍率が縦倍率に比べて小さいので，像に十分な奥行を見ることができる．顕微鏡では，横倍率が縦倍率に比べて非常に大きいので，平面に鮮明な像が見られる．高校物

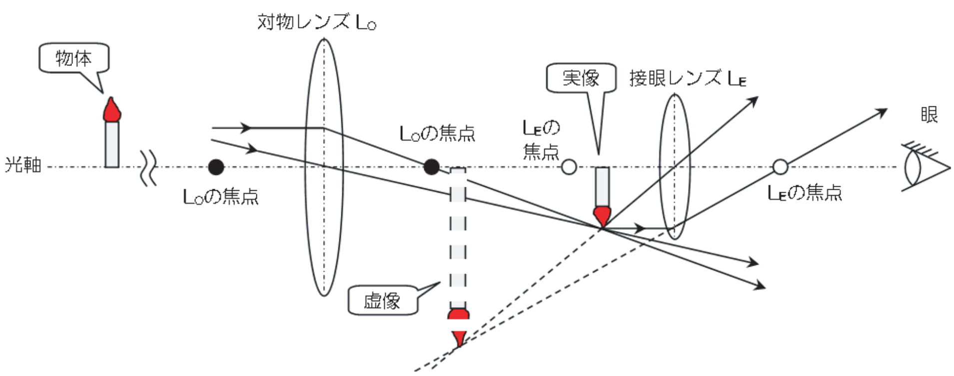

図１．ケプラー式望遠鏡の光学系（國友ほか2009より加筆引用）．

理で扱われている倍率は，横倍率である．

図 2 に，横倍率の概念図を示す．凸レンズ L_1 の焦点を F_1 と F_1’，光軸に垂直方向の物体の大きさを AB とその像の大きさ A’B’ とすると，凸レンズの横倍率は A’B’ / AB となる．このとき，△ ABO と△ A’B’O は相似関係にあるので，

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a} \qquad (3.1)$$

となる．ここで，a は物体と凸レンズの距離，b は凸レンズと物体の像との距離である．式 (3.1) と図 2 から分かるように，横倍率は，同じ凸レンズを用いた場合，物体が凸レンズの焦点の外側において，凸レンズの位置で決まる．すなわち，焦点と物体との距離が近づくほど，倍率は大きくなることを意味する．

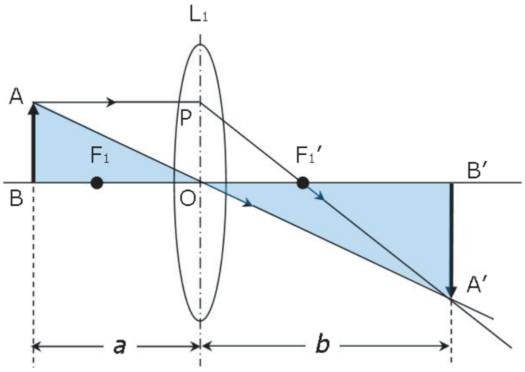

図 2．横倍率の概念図（國友ほか2009より加筆引用）．

4．像と凸レンズの距離と倍率～凸レンズ 1 枚の場合

3 章では，同じ凸レンズ 1 枚を用いた場合，すなわち，凸レンズの焦点距離が一定の場合で，物体が焦点の外側にあるときの倍率を求めた．ここでは，レンズの焦点距離（凸レンズの種類）は任意とし，さらに物体と焦点の位置関係も任意とした，より一般化した場合を考える．そのために，この章では高校物理で学習する写像公式を導き，物体と凸レンズの距離が，像と凸レンズの距離や倍率とどのような関係にあるかを考える．

4-1．焦点の外側に物体があるとき

図 3 は，物体が凸レンズの焦点よりも外側にある場合において，凸レンズを通すと，どのような像が作られるかを示した概念図である．式 (3.1) の導入と同様に，凸レンズ L_1 の焦点を F_1 と F_1’，光軸に垂直方向の物体の大きさを AB とその像の大きさ A’B’ とすると，凸レンズをはさんで△ ABO と△ A’B’O は相似関係にあるので，

AB ： A’B’ ＝ BO ： B’O’

となる．したがって，

AB ： A’B’ ＝ a ： b　(4.1)

となる．一方，凸レンズの右側の△ POF_1’ と△ A’B’O も相似関係にあるので，同様にして考えると，

PO ： A’B’ ＝ OF_1’ ： $B'F_1$’

＝ f_1 ：（$b-f_1$）　(4.2)

となる．ここで，図 3 に示すように，AB＝PO である．これを式 (4.1) に代入すると，式 (4.1) と式 (4.2) は等価となる．このことから，次のような関係式を導くことができる：

$a : b = f_1 : (b-f_1)$　(4.3)

したがって，式 (4.3) を展開すると，

$a(b-f_1) = bf_1$

$ab-af_1 = bf_1$

となり，両辺を $a\ b\ f_1$ で割ってまとめると，次のような関係式が得られる：

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{1}{f_1} \qquad (4.4)$$

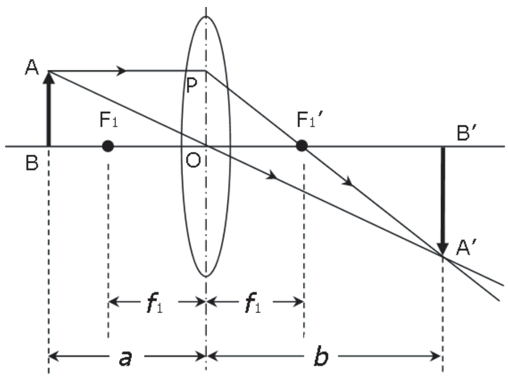

図 3．物体が凸レンズの焦点より外側にある場合の概念図（國友ほか2009より加筆引用）．

4-2．焦点の内側に物体があるとき

次に，物体が凸レンズの焦点の内側にある場

合を考える（図４）．上記4-1章と同様に，凸レンズの物体側の△ CDO と△ C'D'O が相似関係にあることから，

CD ： C'D' ＝ DO ： D'O ＝ c ： d　(4.5)

となる．また，凸レンズをはさんで，△ POF₂' は△ C'D'F₂' と相似関係となる．よって，

$$PO : C'D' = OF_2' : D'F_2' = f_2 : (d+f_2) \quad (4.6)$$

となる．ここで，図４に示すように，CD ＝ PO であることから，上記４-１章と同様に考えると，次のような関係式を導くことができる：

$$c : d = f_2 : (d+f_2). \quad (4.7)$$

上記４-１章と同様に，式 (4.7) を展開してまとめると，次のような関係式が得られる：

$$\frac{1}{c}-\frac{1}{d}=\frac{1}{f_2} \quad (4.8)$$

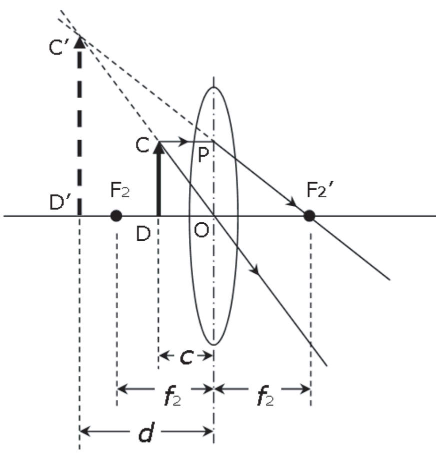

図４．物体が凸レンズの焦点より内側にある場合の概念図（國友ほか2009より加筆引用）．

4-3. 像と凸レンズの距離と倍率

上記の式 (4.4) と (4.8) は，高校物理で学習する写像公式である．この式は，物体と凸レンズとの距離と凸レンズの焦点距離を与えることにより，凸レンズを通して見える像の位置が決まることを意味する．このことから，式 (4.4) と (4.8) を，凸レンズと像との距離に関してまとめると，次のように書きかえられる：

$$b=\frac{1}{\frac{1}{f_1}-\frac{1}{a}} \quad (4.4)'$$

$$d=\frac{1}{\frac{1}{c}-\frac{1}{f_2}} \quad (4.8)'$$

これらの式を式 (3.1) に代入すると，凸レンズの外側に物体を置いた場合の倍率 m_1 と凸レンズの内側に物体を置いた場合の倍率 m_2 は，次のように与えられる：

$$m_1=\frac{1}{\frac{a}{f_1}-1} \quad (4.9)$$

$$m_2=\frac{1}{1-\frac{c}{f_2}} \quad (4.10)$$

これらの式から分かるように，倍率 m_1，m_2 についても，凸レンズと像との距離 b, d と同様に，物体と凸レンズとの距離と凸レンズの焦点距離により，決定される．

５．望遠鏡の倍率～凸レンズ２枚の場合

３章と４章では，凸レンズ１枚を用いた倍率を考えてきた．この考えを，複数枚の凸レンズで構成される望遠鏡や顕微鏡にあてはめて，それらの倍率を求めることはできない．望遠鏡や顕微鏡のような眼でのぞく光学機器の倍率 M は，図５のように，光学機器で得られる像の眼にはさむ角 ω' と，肉眼で直接見た場合の物体の眼にはさむ角 ω の比で定義される（筒井ほか1975）：

$$M=\frac{\omega'}{\omega} \quad (5.1)$$

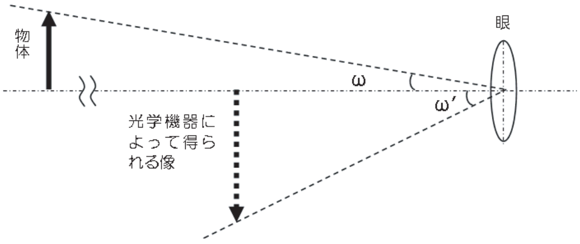

図５．光学機器の倍率の概念図．

6．ケプラー式望遠鏡の倍率

これまでの章では，凸レンズの焦点距離や，物体および像と凸レンズとの距離は，その量の長さのみを使って考えてきた．ケプラー式望遠鏡の倍率を考える場合は，大きさに加えて，それを測る向きを含めて考える必要がある．ここでは，図 6 (a) に示すように，村田（1995）と岸川（1998）に従い，光軸の右方向（光の進む向き）にz軸，光軸に対して垂直上向きにy軸，紙面に対して垂直に表から裏向きにかけてx軸を取る．また，光学系の凸レンズの左側を物空間，右側を像空間と呼ぶ（図 6 c）．さらに，用いる記号については，物空間で用いた特定点や諸量の記号を，像空間でもそのままダッシュをつけて使用することとする．

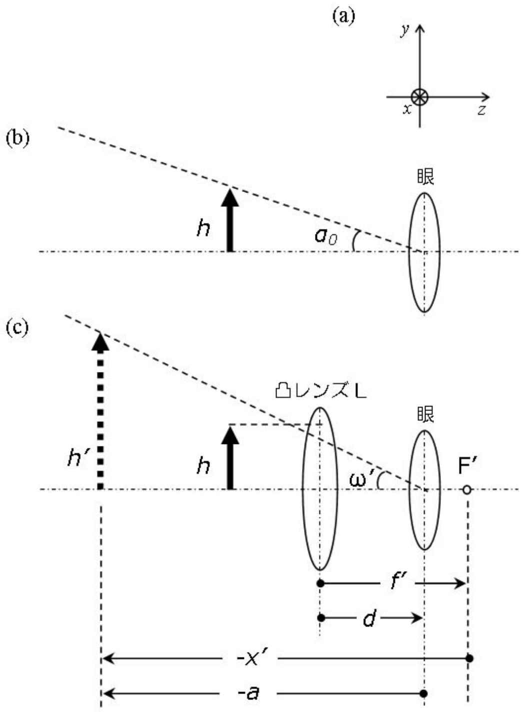

図 6．凸レンズ 1 枚の場合の概念図（筒井ほか1975より加筆引用）．：(a) 座標，(b) 物体を直接見た場合，(c) 凸レンズを通して見た場合

まず，横倍率と同様に，凸レンズ 1 枚の場合で，式 (5.1) の倍率を求める．図 6 (c) は，物体が焦点の内側にある場合の概念図である．この場合，凸レンズを通した像は，物空間に作られる（図 6 c）．そのとき，物体の大きさを h，像の大きさを h' とすると，像の眼にはさむ角 ω' は，次のように与えられる：

$$\tan\omega' = -\frac{h'}{a} \qquad (6.1)$$

テイラー展開により，$\tan\omega' \fallingdotseq \omega'$ であることから，式 (6.1) は次のように書き変えられる：

$$\omega' = -\frac{h'}{a} = -\frac{h'}{h}\times\frac{h}{a} \qquad (6.2)$$

h と h' の比は，図 4 の三角形の相似関係から，

$$\frac{h'}{h} = -\frac{x'}{f'} \qquad (6.3)$$

の関係が得られる．ここで，f' は凸レンズの焦点距離，x' は焦点 F' から像までの距離である．よって，式 (6.3) を式 (6.2) に代入すると，

$$\omega' = \frac{x'}{f'}\times\frac{h}{a} \qquad (6.4)$$

となる．さらに，式 (5.1) は眼を基準としたものであるから，図 6 (c) により，

$$x' = a+d-f' \qquad (6.5)$$

を式 (6.4) に代入することで，次の関係が得られる：

$$\omega' = \left(\frac{a+d-f'}{f'}\right)\frac{h}{a} \qquad (6.6)$$

したがって，物体を直接見たときに眼にはさむ角を α_0 とすると（図 6 b），これと式 (6.6) を式 (5.1) に代入することで，凸レンズ 1 枚の場合の倍率 M_1 が次のように得られる：

$$M_1 = \left(\frac{a+d-f'}{f'}\right)\frac{h}{a\alpha_0} \qquad (6.7)$$

次に，上記の考えを踏まえ，ケプラー式屈折望遠鏡の倍率を求める（図 7 b）．望遠鏡の場合，望遠鏡から十分に離れた位置に物体がある．その物体から放たれた光は，対物レンズで屈折し，対物レンズの像空間に実像がつくられる．このとき，実像の位置は，対物レンズの焦点上 F_0' に位置する．なお，図 1 では，光の道筋を分かりやすく示すために，実像と焦点は重ならない

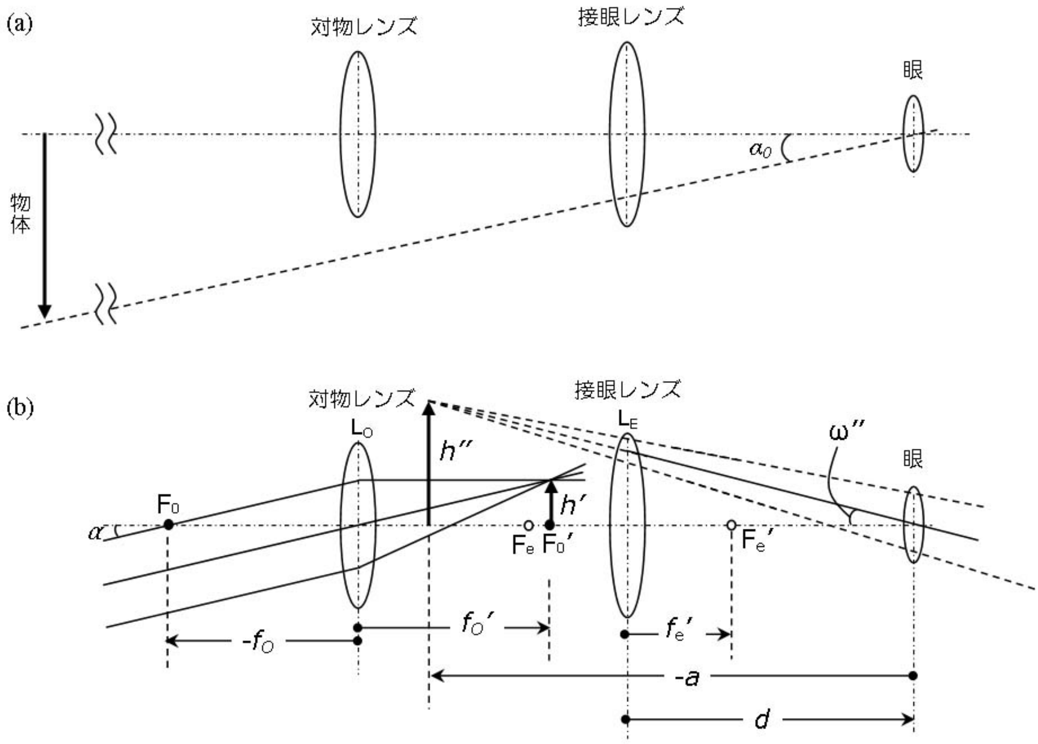

図７．ケプラー式屈折望遠鏡の光学系（筒井ほか1975より加筆引用）.：
(a) 物体を直接見た場合，(b) 対物レンズと接眼レンズを通して見た場合.

ようにしてあるが，実際のケプラー式屈折望遠鏡は，対物レンズの実像と焦点の位置は一致する．一方，対物レンズの実像は，接眼レンズの焦点よりも内側に位置している．このため，接眼レンズの物空間で拡大された像を，接眼レンズを通して見ることができる．以下では，対物レンズで作られた実像の大きさを求め，そののち，虚像を眼ではさむ角 ω'' から望遠鏡の倍率 M_2 を算出する．

対物レンズを通して作られる物体の実像の大きさ h'（図７b）は，入射角を α とすると，

$$h' = f_0' \tan\alpha = f_0'\alpha \qquad (6.8)$$

$$(\because \tan\alpha \fallingdotseq \alpha)$$

となる．ここで，f_0' は対物レンズ L_o の焦点距離である．次に，接眼レンズ L_E により作られる虚像の眼にはさむ角 ω'' を求める．角 ω'' は，上記の凸レンズ１枚の場合（図６）と同様にして考えることができるので，式 (6.6) のうち，焦点距離の f' を f_e' に，物体の大きさ h を実像の大きさ h' に書き換えることで，

$$\omega'' = \left(\frac{a+d-f_e'}{f_e'}\right)\frac{h'}{a}$$

となり，式 (6.8) を代入することにより，

$$\omega'' = \left(\frac{a+d-f_e'}{f_e'}\right)\frac{f_0'\alpha}{a} \qquad (6.9)$$

が得られる．したがって，物体を直接見たときの眼のはさむ角を α_0（図７a）とすると，望遠鏡の倍率 M_2 は，式 (5.1) により，

$$M_2 = \frac{\omega''}{\alpha_0} = \left(\frac{a+d-f_e'}{f_e'}\right)\frac{f_0'\alpha}{a\alpha_0} \qquad (6.10)$$

となる．物体は望遠鏡から十分に遠方にあることを考慮すると，

$$\alpha = \alpha_0$$

と近似できるので，式 (6.10) は，

$$\begin{aligned} M_2 &= \left(\frac{a+d-f_e'}{f_e'}\right)\frac{f_0'}{a} \\ &= \frac{f_0'}{f_e'} + \frac{f_0'}{a}\left(\frac{d}{f_e'} - 1\right) \end{aligned} \qquad (6.11)$$

と書き換えることができる．さらに，眼を緊張させずに，眼の焦点を遠方に合わせると，すなわち，眼と接眼レンズの虚像との距離を十分に保つと，$a \rightarrow -\infty$ と与えられるので，式 (6.11) は，

$$\lim_{a \rightarrow -\infty} M_2 = \frac{f_0'}{f_e'} \qquad (6.12)$$

となる．したがって，ケプラー式屈折望遠鏡の倍率 M_2 は，対物レンズと接眼レンズの焦点距離の比で与えられる．このことは，物体と望遠鏡の距離によらず，レンズの性質で望遠鏡の倍率が決まっていることを意味している．

7．まとめ

本稿では，ケプラー式屈折望遠鏡でものを見たとき，上下左右が逆に見えるしくみと，総合倍率が対物レンズの焦点距離と接眼レンズの焦点距離の比で求める理由を解説した．上下左右逆さまの拡大像が見えるのは，凸レンズが 2 つ使われることにより，前方にある対物レンズで上下逆さまの像が作られ，後方の接眼レンズでその像を拡大しているためである．望遠鏡の倍率については，これら 2 つのレンズの焦点距離の比で与えられる．これは，限りなく遠いところにある物体を拡大して見るという望遠鏡の特性から，物体と像の大きさの比ではなく，物体と像の眼にはさむ角の比で定義されていることによる．

文献

岸川 利郎（1998）「ユーザーエンジニアのための光学入門」．オプトロニクス社，330P.

國友 正和ほか（2009）「改訂版 高等学校 物理Ｉ」．数研出版，287P.

文部科学省（2008）「中学校学習指導要領解説　理科編」．大日本図書，149P.

村田 和美（1995）「光学」．サイエンス社，242P.

筒井 俊正・神山 雅英・吉永 弘（1975）「応用光学概論」第7回増刷発行．金原出版，359P.

山下 修一・杉山 哲（2012）「発展的課題に取り組むための凸レンズの働きの授業開発と評価」千葉大学教育学部研究紀要，第60巻，1-8.