

日常現象と空間図形を関連付けた直観力を育てる数学教育

— 見えない物の「想像力」と視点移動による形状の「推測力」 —

河崎 哲嗣¹・前迫 孝憲²

Mathematical education for intuitive ability made related between
daily phenomenon and space figure

— "Imagination" for the hidden object and "Shape Calculation" with moving viewpoint —

Tetsushi KAWASAKI¹ and Takanori MAESAKO²

概要：小学校における空間図形の題材は直方体・角柱・球，中学校では角錐・円錐・正多面体を扱い，それらの表面積や体積を求める．これらを学ぶ間に，各々の図形が持つ要素の「位置関係」から「なす角度」「距離」に関する扱い，空間における論証や運動・軌跡等に結び付けるような教材は見当たらない．高等学校では「面と面のなす角度」が示されているが，「見て→触って→作る」という過程から立体モデルの表現へと結びついていかない．空間図形を2次元の座標に表現して，空間内のベクトルを用いて，図形の要素の数値を手計算で算出する程度である．現在高等学校における空間図形の最終の扱いとなる2次曲線（円錐曲線）が，空間図形の教育内容とどのように繋がったのかの連動性も分かりにくい．そこで筆者の算数・数学教員養成の講義では，地球上の緯度・経度を含めた赤道型時計の製作をし，地球の運動と天体の動きの関係が理解できるような「直観力」という空間認識を育成するモデリングの必要性を説いている．

ここでは学生達にとって，数学以外の他教科で習得した身近な地球や太陽との関係などの基礎知識が身についているのか，空間の初等幾何の内容を理解できているのか，日影曲線が2次曲線であることを児童・生徒達が気づいているかの問題点を検討する．そして，数学的モデリングという現実事象をデザインする思考を活用して，地球上に表れる自然現象に結びつく空間図形の停留点をどこに定めるべきかの議論へと結び付ける．

検索語：空間認識能力，図形教育，射影幾何，日影曲線，理科教育，モデリング

§ 1 日影曲線の意義

水平面に棒OGを垂直に立て，点Oが中心になるように天球を設定する．太陽はこの天球上を通る天動説の考えで捉えると分かりやすい．太陽の通り道はOを頂点とする大きな円錐の底面を運動していると考え（図1）．点Oに対

称な円錐と水平面との交線を日影曲線という．この曲線は円錐曲線であり，楕円や双曲線のような2次曲線である．但し春分・秋分のように真東から太陽が昇り，真西に沈む場合の影の軌跡は直線となる．この季節毎の太陽の軌道は中学校3年生の理科で扱う．この知識が定着していれば，図1のような空間図をイメージできな

1 岐阜大学教育学部数学教育講座, GIFU University, Mathematics Education

2 大阪大学, OSAKA University

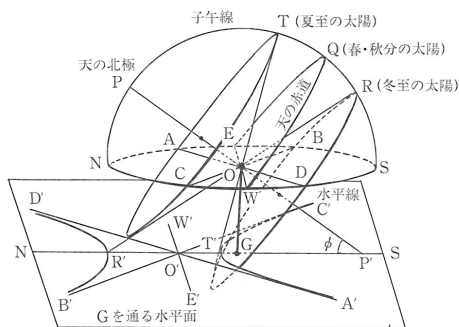


図1 垂直な棒OGの先端Oの日影曲線 (為永, 1990)

くても、春分・秋分、夏至、冬至の3つの季節における影の軌跡が凹凸の異なる図形を描くことは、簡単に予想がつくであろう。

土木・建築学・環境工学では、この太陽の光が建物等に当たることによって色々な影響が起こることを考え、建物の日影・室内への日照の検討・強すぎる直射日光に対する防御方法等も検討しなければならない。また植物を育成したりする場合や、ソーラーパネルを設置する位置を検討するときにも、太陽の高度・方位角・日影の長さ等をまとめて整理する必要がある。それを表した図を日影曲線図(図2)と呼び、緯

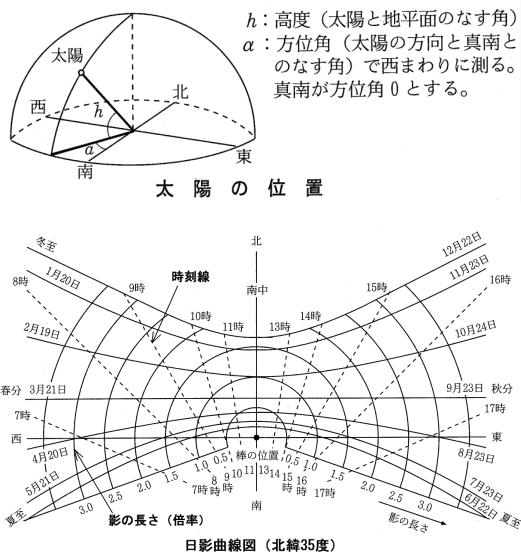


図2 太陽の位置設定と作図された日影曲線 (黒岩満・技術検定研修協会)

度によって異なった太陽の軌道を描く(図3)のために、地域毎の日影曲線図もそれぞれ異なる。またBSデジタル・110度CSのパラボラアンテナは、現代の子どもたちの生活環境に身近であり、数学的モデルが現実事象に合致・確認する

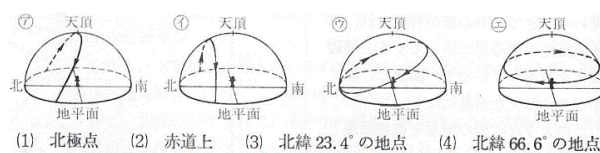


図3 世界の各地点における太陽の軌道 (遠藤, 1990)

ことも可能である。受信部の延長上には、凡そ36,000km前後の赤道上空に静止衛星があり、モデルが完成したならば映像がくっきりと映り、春分・秋分の日のある時間帯には、太陽による電磁波の影響を除外しなければならない。都市部の高層住宅マンション地域の大きな生活問題としての日照権もこの日影曲線が大きく関与する。

つまりこれらの自然科学から派生する社会問題を数学科以外の教科と融合して解決する能力を養う教育内容の整備は、必要といえるだろう。

§2 小学生～大学生までの認識調査と授業実践

(1) 問題の所在と本研究の目的

筆者は、小学校算数科教員養成の2回生対象の講義のテーマを「算数教育の今日的課題を意識して、教科指導をするための教材観を身につける」としている。それは、

(i) 小学校における算数の系統性・数学的背景・理論等を重視する。

(ii) 数学教育の教材研究を自分で行えるようになるための基礎的知識と基本的技能を身につける。

を授業目標としている。また15回の授業のうち、約2回分を赤道型日時計の製作に充てている。最初の1回は、空間における初等幾何の復習と赤道型日時計の指針が時刻を示す簡単な原理構造と製作方法を説明する。2回目は実際の製作をする。

赤道型日時計の先行研究は、小学校高学年において横地(2000)や渡邊(2000)などの研究成果から、実証されてきた。

この日時計については、写真1のようにノーマン(影取り棒、指針)は地軸と平行であるから、先端は北極星を示す。時刻盤の付いた平面は、赤道を含む平面と平行になる簡単な構造である。表裏両面の時刻盤は、表面が春分→秋分、

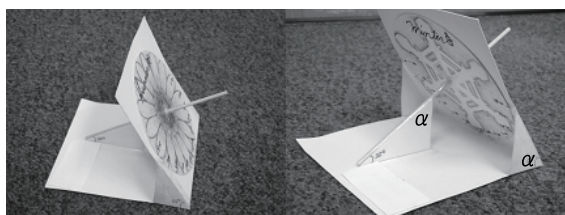


写真1 製作した赤道型日時計

裏面が秋分→春分の時刻盤となり、ノーモンの影が指針となって時刻を示す。

したがって時刻盤を含む平面と水平面のなす角度 α は、 90° から観測地点の緯度を引いた角度である。また北極星の高度は、観測地点の緯度そのものであり、それはノーモンと水平面とのなす角度となっている。

さらに図4を見て分かるように、 α は春分・秋分の太陽の南中高度と一致する。この図から、円の半径と円上の接線が垂直に交わることを理解すれば、現在の小学校高学年～中学校1年生に跨がる教材となる。大学生にとっては、簡単な初等幾何程度の問題であり、小学校教員採用

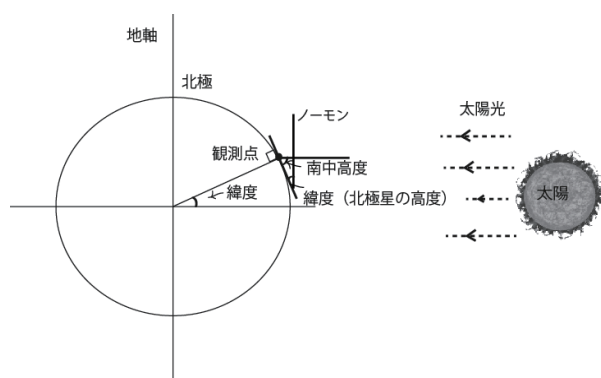


図4 日時計の側面図と春分・秋分の地球モデル

試験の教養科目の出題範囲でもあるから、これらの内容を理解できるはずである。

さて学生の作品(写真2)を見ると、時刻盤が表面しかないもの、ノーモンの先がとんでもない方角を示し、明らかに北極星を指していないもの、時刻盤24時間対応のものまである。これらは、初等幾何の内容が自然科学に上手く活用できていないのか、あるいは初等幾何を理解できていないのか、また地球と太陽を含めた天体の動きを理解していないのかの問題点が現れた。

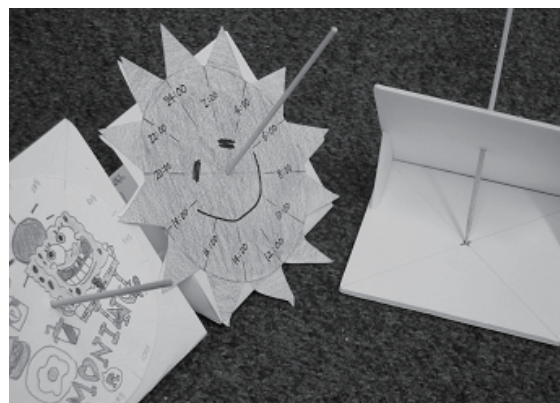


写真2 指導1年目に提出した学生の作品

そこでまず、学生達が地球を中心とした基礎的な天体の動きを理解しているかどうかを取り上げ、(1) 地球の自転方向、(2) 地球の公転方向、(3) 太陽から見た各季節における地球の位置、(4) 春分・秋分・夏至・冬至における日の出から日の入りまでの経路

の4問を出題し調査をした。結果は、問題(1)の正解者は26名中4名、残りの問題は、全員が不正解であった。

したがって、特異な学力の実態が生じたとも考えられ、調査内容をもう少し詳しく、また対象世代も広げて分析・検討を行うことにした。

これらのことから、本研究の目的として、

- ① 算数科以外の他教科が、日時計や太陽の動きや緯度・経度をどのようにして扱っているのかを調べ、それらの問題点や算数・数学の関わりについて検討をする。
- ② 小学校教員を志す学生達に対して、地球を柱とした基礎理論の理解度を調査する。実態を把握してその問題点を明らかにする。
- ③ 基礎理論の理解度調査の結果を受けて、理解度の低い内容を重点的に講義し、赤道型日時計を製作する。講義・製作の事前事後テストを比較して、この教材の有効性を検討する。

(2) 他教科での日時計や緯度・経度の扱い

2-1. 小学校理科・中学校理科

小学校理科の学習指導要領(2011)によると、小学校3年生「単元：太陽と地面の様子」において、太陽の位置の変化と地面にできる影の位置の変化を捉えることとしている。図5の教科書の図版を見ると、この単元を扱う授業の季節

が、夏至から秋分までの期間に設定されているようである。児童が学校に滞在する時間帯を意識しているのであろうが、季節によって影の長さの変化が異なることを、この時刻盤からは読み取れない。また図6のように透明半球上に1時間毎の太陽の位置を刻印させて、天球上の太陽の動きがどうなるのかも調べる。

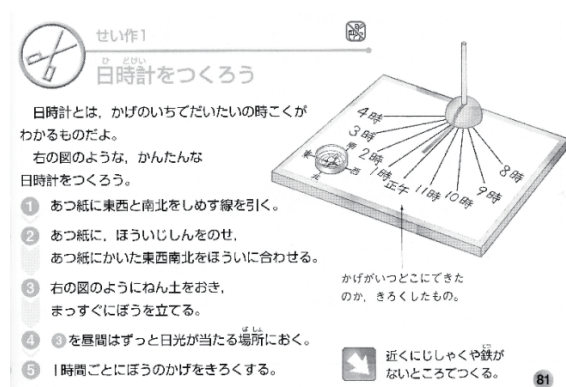


図5 日時計についての教科書記述 (大隈, 2011)

これらは季節によって様子が変わるので、観測する季節や時間帯を固定せずに、一年中適宜授業で扱うべきだろう。日時計の時刻盤が扇形であるから、この目盛りが棒の影の軌跡と勘違いし、この時計が一年中の影の動きであると誤認識する可能性がある。

季節毎の太陽の動きと影の先端の軌跡の位置は異なり、それらを同時に描き残せる時刻盤にしておけば、日影曲線が直線や双曲線になることだけでも知ることができる。そして日の出から日の入りまでの経路と影の関係に対する児童の興味・関心もさらに広がるだろう。

さらに、この分野を学齢面で効果的に扱っていない問題がある。太陽の動き方は小学校3年生理科で学習するが、以後中学校3年生まで扱わない。しかも、その2つの学年で行う実験観測方法もほとんど同じ(図6)であり、特に太陽の影については小学校3年生しか扱わないことになっている。

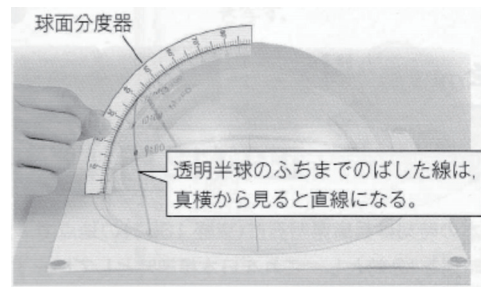
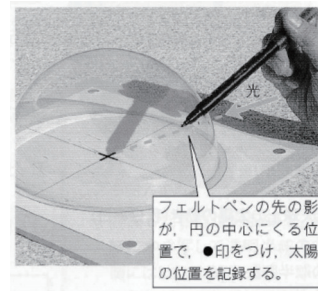


図6 太陽の軌道の観測記録方法 (塚田, 2011)

つまり地球の表面上にできる影については、小学校3年生以降扱わないというカリキュラムといえる。

ところで中学校3年生の理科教育の内容は、地球と天体の動きを扱うが、この時期に数学の授業さえも扱わない「単元：球と接線と接平面」「単元：空間内における交線のなす角度」「単元：直線と平面のなす角」等を盛り込んでいる。これらの単元は、高校数学における空間図形とベクトルの領域で扱う内容である(図7)。さらに天体の「運動」や「軌跡」も加わるから、多くの空間図形の内容が詰め込まれているといえる。

さらに、地球上の位置となれば緯度・経度に関する内容も含まれる。したがって生徒達は、理解しやすいように天動説と地動説を、場面毎に使い分けて考えなければならない。

このような状況で、これらの教育内容を理科の授業だけで扱うことに、かなり弊害があるように考えられる。

2-2. 小学校社会科・中学校社会科

小学校社会科の学習指導要領(2011)によると、小学校5年生の目標と内容において、

我が国の位置を世界の広がりの中でとらえ…中略…位置の表し方については、他との関係で位置を示す方法や、緯度と経度で示す方法がある

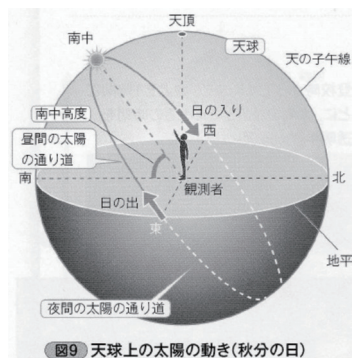


図9 天球上の太陽の動き(秋分の日)

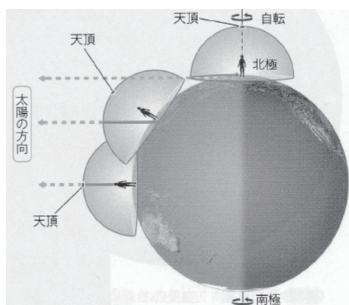


図19 各地の太陽の動き(秋分の日)と地球の自転

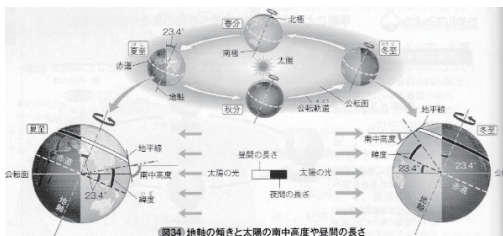
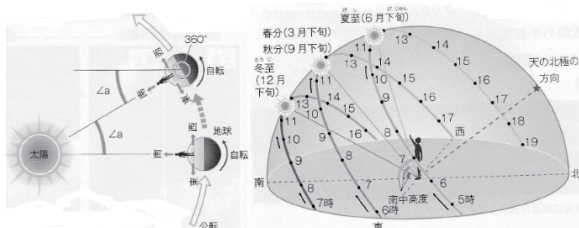


図7 地球の運動と太陽 (塚田ら, 2011)

ことについても取り上げるようにする
としている。

小学校5年生の教科書の記述(図8)では、日本の位置を経度・緯度を用いて表し、地球儀を用いて方位や距離の調べる。しかし、理科の教育内容とは関連していない。こういった教科を融合させて算数の授業でも扱えることができれば、教育効果のあがる教材となるだろう。

中学校社会科の学習指導要領(2011)では、国土の位置を取り上げるに当たっては、緯度



図8 緯度・経度に関する教科書の記述
上図(水越ら, 2008), 下図(清水ら, 2008)

と経度を使って同緯度、同経度の国々に着目するなどして国土の絶対的位置(数的位置)をとらえさせることのほかに、様々な相対的位置(関係的位置)も取り上げることを意味している

としている。この辺りになって、ようやく数学と理科との関連を意識するようになるが、空間図形の扱いまでは及ばない。なぜなら中学校や高校の数学教育の内容では、緯度・経度を用いた初等幾何の内容を扱わないし、社会科でもこの単元への関与を深めることをしないからである。

2-3. 考察

以上のように、初等教育における理科・社会科が関わる地球を柱とした教育内容の扱いのうち、地球の表面と周辺に関する内容は、教科間・学年間とも関連性が乏しく、断片的な内容となっている。学問領域などを統合・融合するような教育内容を目指しているとはいえない。トピックの羅列的側面も強いため、誰の助けも得ずに、獲得した知識を他の知識へと結びつけようとするならば、高い学力と活用能力を備えた児童・生徒しか達成できないであろう。

学習指導要領のカリキュラムによるこの分野では、中学校3年生になってやっと理科・社会科との関連性が見えてくる。つまり地球という題材が、初等中等教育において体系化がうまく機能していないようである。

また地球などのような自然科学に関する題材は、理科・社会科個々だけで扱うのではなく、算数・数学科における空間図形の題材としても扱って、初めて色々な問題に対応できると考えられる。残念ながら、これらの領域は初等幾何や空間図形の扱いとして学習指導要領のカリキュラムには存在しない。

つまり、自然現象の表現や日常生活の活用に、小学校や中学校の算数・数学科で機能的に生かされていないことが、明らかである。

このように理科・社会科の教育内容と未履修の算数・数学の内容が混在した際に、生徒達に混乱が生じていることが予想される。そして理科の先生達が数学内容の実状を鑑みる余裕もなく、授業で単元をこなすことに邁進するだけではないかと考えられる。

さらに、これらの教育内容が教科・学齢間で機能していないために、高校生や大学生になっても、地球や天体に関する基礎的知識が身につけていない恐れがある。

(3) 地球と太陽に関する基礎知識の理解度調査

そこで大学生達が、地球と太陽に関する基礎知識を身につけているのか、また初等幾何を自然科学に活用できるか等の調査を行った。普段の授業の様子から、学生が以下の主な内容について、十分な知識・理解が身につけていない恐れがあった。

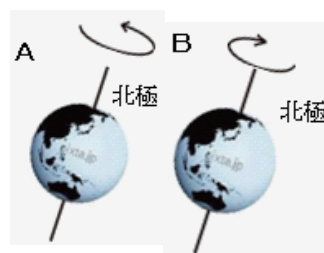
- ① 日時計を設置する方角（正確にはノーモンが北極星を示す）
- ② 赤道と平行な平面の傾く角度（赤道型日時計の時刻盤が赤道面である）
- ③ 北極星の測定角と緯度の関係（両角は等しい）
- ④ 春分・秋分の南中高度の仕組み（両角は等しい）
- ⑤ 表面と裏面の時刻盤目盛りの打ち方（時刻盤は左周り、夜の時刻は不必要）
- ⑥ 季節毎の水平型日時計の影が移動する軌跡（夏・冬は曲線は線対称）
- ⑦ 日時計の表裏面それぞれに影ができる時期（夏は時刻盤の上面、冬は下面）

したがって、新たに次のような内容と方法で基礎知識を調査した。

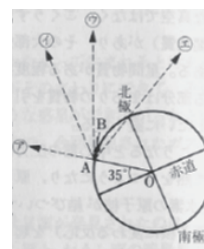
3-1. 調査内容と方法

1. 実施時期：2012年1月17日
2. 調査対象：初等算数科教育法を受講している国立大学生 約100名.
3. 調査方法：書き込み式
4. 調査問題（全9題）(図9)
 - (1) 地球の自転方向
 - (2) 地軸の傾斜角度
 - (3) 地球の公転方向
 - (4) 公転軌道における各季節の地球の位置
 - (5) 北極星の方角と高度
 - (6) 春分・秋分、夏至、冬至における日の出から日の入りまでの太陽の軌跡
 - (7) 春分・秋分、夏至、冬至における水平日時計の影の先端の軌跡
 - (8) 春分・秋分の太陽の南中高度（初等幾何の応用）
 - (9) 夏至の太陽の南中高度（基礎知識の応用）

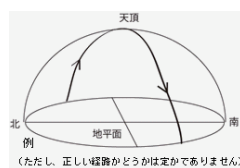
問題 (1)



問題 (5)



問題 (6)



問題 (8)

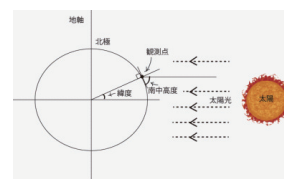


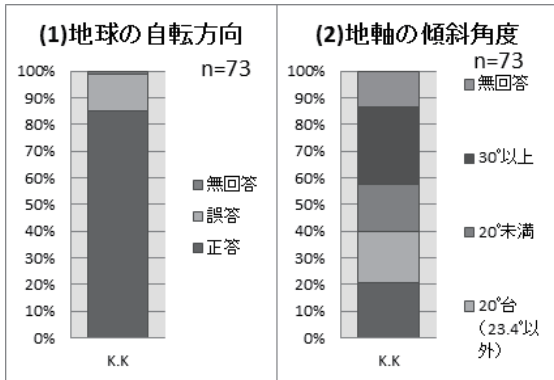
図9 調査問題例の一部

3-2. 調査集計の結果とその考察

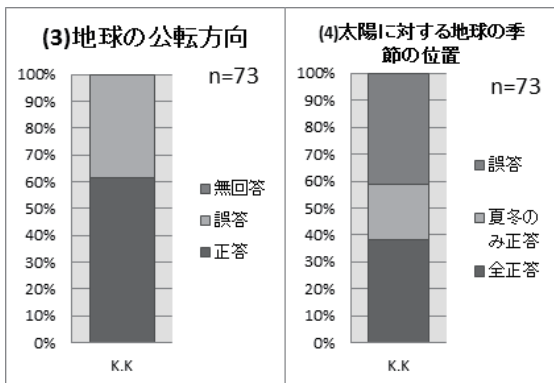
調査結果は以下のとおりである。有効回答数は73であった。グラフ1は、太陽がどの方向から昇りどの方向に沈むのか、地軸の傾斜によって太陽の軌道に変化があるということを理解しているかを問うたものである。

正確な解答が少なかったが、おおよその正答が80数%であった。グラフ2は、地球の公転に

ついて回答結果であり、公転の回転方向を間違えると四季を表す地球の位置も間違い。また、季節によって太陽の南中高度に差ができることを理解しているかも調べた。夏季と冬季の太陽に



グラフ1 地球の自転と地軸の結果

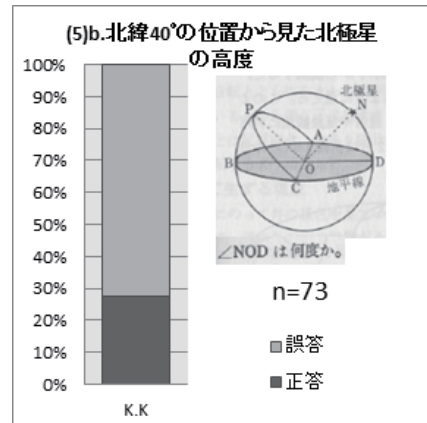


グラフ2 地球の公転と季節の位置

知識を持っている者は4割程度しかいなかった。

次に時刻を示す針は、ノーモン（影取り棒）の先を示す方角は北極星を示す。グラフ3の結果を見れば、観測できる北極星の方角の正解は、地軸と平行になった（イ）であり、正答した者は1割もいなかった。「北極を示す方向」と「地軸と平行」という空間イメージが結びついていないと考えられる。

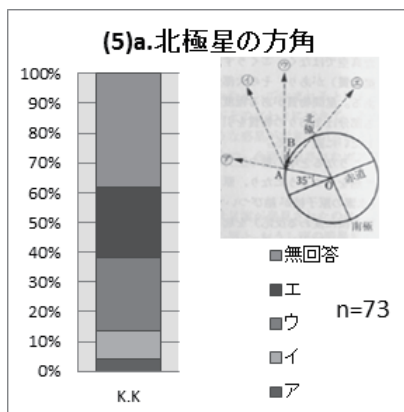
次に春分と秋分の太陽の南中高度と北極星の高度との関係を理解する基礎知識（グラフ4）は、ノーモンと地表とのなす角度の意味を理解しているかを計ることになる。正解は観測点の緯度と同じ角度となるが、その正答率は27.4%であり、学生は理解せずに赤道型日時計を製作していると判断できる。



グラフ4 地球上で測定した北極星の高度

に対する地球の位置を理解している者は、約6割であった。この地球の公転の結果は、調査(6)(7)の太陽の日の出から日の入りの経路と影の軌跡と関連が深い。赤道型日時計の時計盤の設置場所や時刻の示す方向を理解するための基礎

グラフ5-1～グラフ5-3は、地上から見た季節毎の太陽の軌道と影の軌跡を理解しているかどうかである。正解のイメージは、図10のような双曲線になり、春分と秋分の太陽の軌道は、日の出が真東近辺で日の入りが真西近辺である。



グラフ3 地球上で観測する北極星の方角

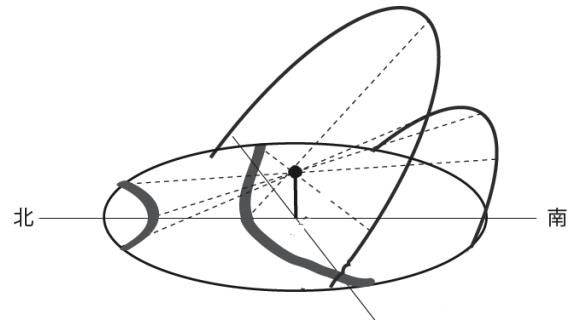


図10 夏至・冬至の太陽と影の軌跡

したがって、影が大凡直線状になると予想できる。実際はやや曲線状になると言われている。

さて、朝や夕刻に影が伸びることを知らない回答があった。この知識の実態は他の学齢期にも顕著なのかと考え、京都府立の理数系進学校の高校1,2年生102名、国立大学の附属小学校6年生37名にも実施し、比較分析を行った。

グラフ5-1のグラフを見比べると、他の季節に比べて、冬至の影の軌跡のイメージが分かりにくいようである。また太陽の高度が下がれば、影が長くなるという概念が、どの学齢期においても認識度が非常に低い。グラフ5-2は、日中の影の長さは常に一定であると考える割合が2割弱存在する。

グラフ5-3のように、影自体が「何処にできるのか分からない。南側にできる。東側から西側へ移動する。」という回答が、大学生に非常に多い。

さて、季節によって影の形状は3つとも異なり、どの季節とも同じ形状を描く学生の特徴を集計して整理した。

- ① 影は季節によって平行移動すると認識している割合は、35.4%
- ② 影は季節によって拡大縮小すると認識している割合は、29.1%

であった。①、②両方とも生じると認識している割合は、8.2%であった。

特に②は、季節による影の長さが違うこと(夏になれば影が短いので、円の半径も短くなる)と季節による日照時間の長さが違うこと(円弧の周の長いと日照時間も長い)という2つの異なる誤解が混在しているようである。

つまり、他の回答状況も加えて調べると、「冬至=大円、夏至=小円」という回答が、学生の25%程度もいたことになる。季節毎の影の長さを意識し過ぎると、影は円弧となると認識しているから、当然の半径の長さも同様と判断したようである。

この設問に関する全問正答者は、大学生0名、高校生2名、小学生3名しかおらず、太陽によって得られる影の考え方は、全く定着していないことが分かる。

Pattern	夏至	春分・秋分	冬至
K・K大:n=79			
S高:n=102			
N・J小:n=37			
K・K大	6.3%	5.1%	8.9%
S高	0.0%	0.0%	2.0%
N・J小	8.1%	0.0%	13.5%

Pattern	夏至	春分・秋分	冬至
K・K大:n=79			
S高:n=102			
N・J小:n=37			
K・K大	25.3%	29.1%	22.8%
S高	20.6%	29.4%	22.5%
N・J小	32.4%	37.8%	27.0%

Pattern	春分・秋分
K・K大:n=79	
S高:n=102	
N・J小:n=37	
K・K大	3.8%
S高	5.9%
N・J小	16.2%

グラフ5-1 大学生・高校生・小学生が考えた影の軌跡1

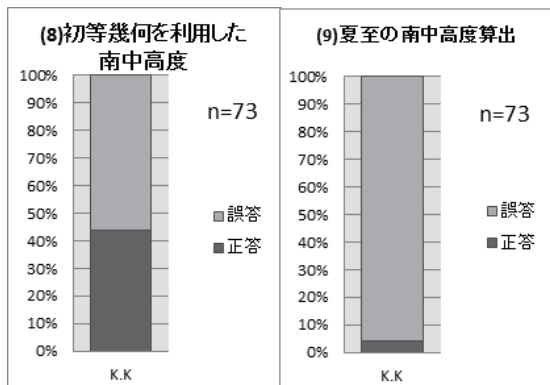
Pattern	夏至	春分・秋分	冬至
K・K大:n=79			
S高:n=102			
N・J小:n=37			
K・K大	12.7%	17.7%	16.5%
S高	12.7%	19.6%	14.7%
N・J小	21.6%	18.9%	16.2%

グラフ5-2 大学生・高校生・小学生が考えた影の軌跡2

Pattern	夏至	春分・秋分	冬至	Pattern	夏至	春分・秋分	冬至
K・K大:n=79				K・K大:n=79			
S高:n=102				S高:n=102			
N・J小:n=37				N・J小:n=37			
K・K大	16.5%	13.9%	15.2%	K・K大	8.9%	19.0%	10.1%
S高	2.0%	1.0%	2.0%	S高	35.3%	35.3%	33.3%
N・J小	8.1%	5.4%	5.4%	N・J小	2.7%	2.7%	2.7%

グラフ5-3 大学生・高校生・小学生が考えた影の軌跡3

最後にグラフ6の結果は、学生達がこのような自然現象を数学と結びつけて考えられるかどうかである。図9の問題(8)のように、調査問題に具体的な図を示して、学生自身が春分・秋分の太陽の南中高度を算出できるように設定をした。求め方は2直線の平行、同位角、円上の接線と半径とでなす角度、三角形の内角の和を利用すれば「 $90^\circ - \text{緯度}$ 」と求めることができる。その正答率は43.8%であった(グラフ6左図)。特に夏至の場合の太陽の南中高度は、地軸の傾斜角度を加えれば良いだけである。そこで角度を加えて求めた解答結果も正答としても、たった4.1%しかなかったのである(グラフ6右図)。



グラフ6 初等幾何を利用した太陽の南中高度

これらの結果から、大半の学生達には初等幾何と自然現象とを結びつけて活用する以前に、基礎知識が全く身につけていないことが分かる。

(4) 授業内容と方法の改善

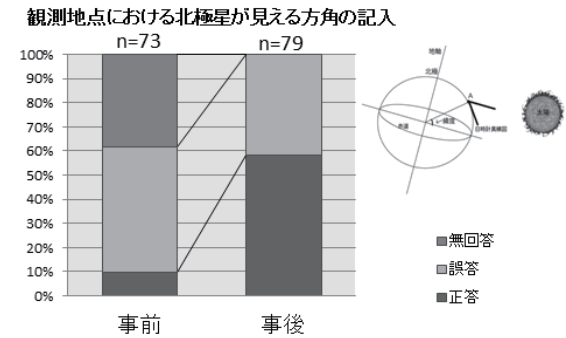
(1)~(9)の調査結果を受けて、授業内容と方法を改善した。そこでは赤道型日時計の実物を基にして、図9の問題(8)に関する初等幾何を織り交ぜて考える必要性を説いた。

- (a) 時刻盤と赤道を含む平面が平行である
- (b) ノーモンは地軸と平行であり赤道面と垂直に交わる
- (c) ノーモンと地平面とのなす角度は北極星の高度を示す
- (d) 北極星の高度は観測地点の緯度である

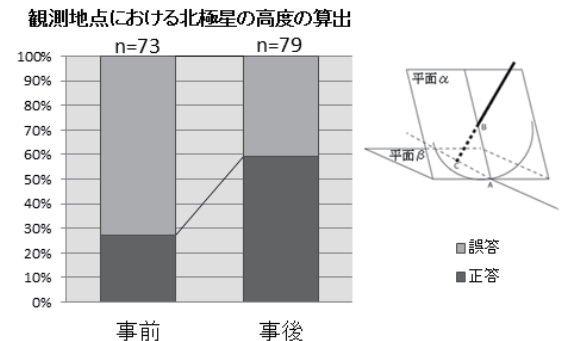
それぞれ初等幾何を利用した。そして学生達は、これらの学んだ内容を意識しながら、日時計を作った。

(5) 授業の改善及び研究の成果(事前事後テストの比較)

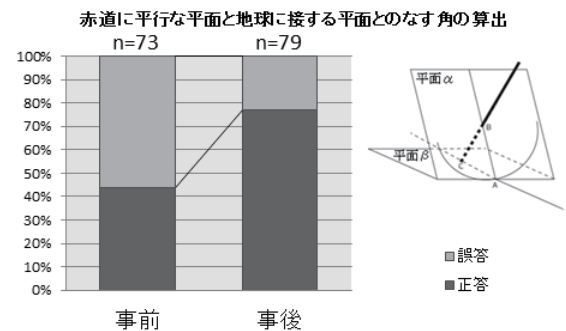
学生による赤道型日時計の製作を通して、知識が定着したかを確認した。講義を受ける前と赤道型日時計を製作した後の調査結果を比較した(グラフ7~10)。グラフ8,9より、太陽の南中高度と北極星の高度の関係を理解できていない学生は未だ残っているが、押し並べて学生の理解度は向上したといえる。



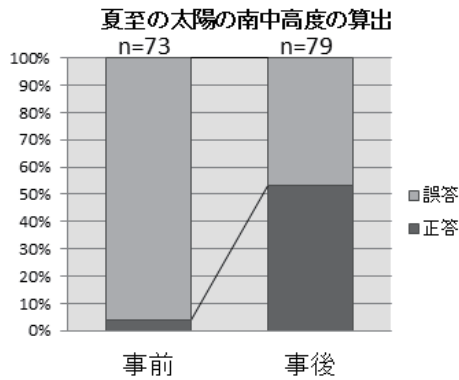
グラフ7 北極星の方角(ノーモンが示す先)



グラフ8 北極星の高度(緯度)を理解



グラフ9 春分・秋分の太陽の南中高度のモデル化



グラフ10 夏至の太陽の南中高度のモデル化

§ 3 研究のまとめ

本研究の目的 (1) について、算数科以外の他教科が、日時計や太陽の動きや緯度・経度をどのように扱っているのかを調べた。理科では、地球の表面上にできる影は小学校3年生以降扱わない。社会科では緯度・経度の扱いが小学校5年生から始まり、中学校3年生の理科になってその内容が活かされる。しかし、理科・社会科との関連を意識した体系は考えられていない。しかも、算数・数学の球面上の初等幾何の教育内容が希薄であるために、地球科学という自然現象の表現や日常生活の活用に、算数・数学が活かされていない状況である。

研究の目的 (2) について、大学生達の地球と太陽の位置・運動等の基礎知識の理解度の実態調査を行った。その結果多くの学生が、日常生活に恩恵を受けている太陽と地球に関する基礎知識を体得・理解していないことが分かった。また初等幾何を用いて、太陽の南中高度、観測地点における緯度と赤道面や北極星の高度の関係等のイメージができない状況であった。

研究の目的 (3) について、これらの調査結果を受けて、知識・理解の定着度の低い内容を中心に授業内容の改善を検討した。さらに赤道型日時計製作の活動を通じて、基礎知識の定着が図れたかの確認テストを実施した。その結果、太陽高度に関する問題と北極星の高度と方角に関する問題の知識・理解の正答率が向上した。このことから小学校教員を目指す学生に対する理科・社会科・数学科の融合教材の1つとして、赤道型日時計は一定の有効性があった。

したがって、太陽によって地上で生じる自然現象の問題解決は、理科・社会科だけでなく、上手く算数・数学を結び付けるように教材開発をすれば、教育的価値が高まることを示せたといえる。

§ 4 課題と展望

空間図形の性質は中学校数学になって初めて学習し、その内容は空間内の平面と直線の位置関係のみで教育内容が脆弱すぎる。横地 (2004) は、

小学生は幾何学に飢えている。 — (中略) — 2面角はもとより線分の用語も出てこない。 — (中略) — 空間幾何学の内容は空間での位置関係、点、直線、平面、球に始まる立体の仕組み、立体の運動、及びこれらに関する諸性質であろう

と指摘している。特に、球のような立体の『運動』や『軌跡』や『論証』が、今の前期中等教育段階までの図形教育に欠けているといえる。その後、高校1年生では『2平面のなす角』や『3垂線の定理』を扱い、高校2年生で『空間内の2点間の距離や角度、直線・平面・球の方程式』を扱う。したがって論証の扱いも含めて、理科教育の実態も鑑みながら、初等教育から中等教育までの空間図形の教育内容のカリキュラム検討が必要である。その中でも中学校で学習する空間図形の改善を重点として、せめて地球の運動と天体の動きの関係が理解できるような『直観力』の育成が、大きな課題といえる。

指導者側も大きな影響を持っている。グラフ5-1～グラフ5-3からも明らかのように、小学校6年生の正答率の方が高校生や大学生よりも高い。これは中等教育学校の理科の先生が、小学校の授業を担当してきた影響が考えられる。指導教員が数学・理科・社会科の教育内容がどのように関わっているのかを知って、体系的に見通す高い見地を持っていることも大きい。

教育内容は、高層建造物・徒歩以外の移動手段・夜間に塾通い等、生徒達を取り巻く生活環境や生活スタイルの変化も考慮しなければならない。空間図形と地上で起こる自然現象の関係の基礎知識をどう結びつけるべきかの検討が必

要であろう。色々な日時計製作の重要性を説いた小学校学習指導書理科編（文部省、昭和29年）には、先生が教材の意味を十分理解するためには、実際に製作をして技能を高める必要があることを記述している。現代では日時計の代わりに、BSデジタル・110度CSのパラボラアンテナが使用できる。それは日時計以上に我々の生活の中に浸透しており、数学的モデルが現実事象に合致・確認することも直ぐできる。受信部の延長上には、凡そ36,000km前後の赤道上空に静止衛星がある。実物を製作したならば、春分・秋分の日には太陽と衛星が重なる時間帯には、受像が難しくなることに気づく。衛星の位置が、春分・秋分の日には太陽の南中高度の位置にあることの証明である。

太陽からの多くの恵みが、古くから人類に供与し続けてきた。初等幾何という算数・数学を通じて、太陽と学生の日常生活との関係に学生達は気づいた。児童に学習意欲と満足感を与える小学校教員を目指すために、学校の先生や学生達が教科や学年を飛び越えた体系的な教材開発をしてくれることを願う。

－ 引用・参考文献及び資料 －

- 1) 有馬朗人ほか（2011）, 「2章 天体の1年の動き」, 『理科の世界3年』, pp.202-209, 大日本図書株式会社.
- 2) 今村仁美著（2012）, 「2章 温熱環境」, 『図説やさしい建築環境』, pp.69-82, 学芸出版社.
- 3) 遠藤秀雄ほか（1990）, 「第2章 宇宙の中の地球」, 『これですべてが理解できる 参考書 中学事典 理科第2分野』, pp.186-199, 教学研究社.
- 4) 大隅良典ほか（2011）, 「5. かげのでき方と太陽の光」, 『わくわく 理科3』, pp.70-83, (株)新興出版啓林館.
- 5) 小高俊夫（1999）, 「空間幾何教育の再建—「統合幾何」の提唱—」, 『日本数学教育学会誌 第81巻 第7号』, pp.213-219, 日本数学教育学会.
- 6) 河崎哲嗣ほか（2014）, 「日常現象の図形モデル表現を目指した教材開発—その1「季節ごとに変化する太陽による影の軌跡」—」, 『数学教育学会春季年会発表論文集』, pp.199-201, 数学教育学会.
- 7) 黒岩満ほか, 「1 建築技術 1 環境工学 ■日照・日影」, 『1・2級建築DVD講座テキスト（サンプル）』, http://www.kenshu-kyokai.co.jp/info_img/kensamp1.pdf, pp.1-18, (株)技術検定研修協会.
- 8) 齊田博（1998）, 「5. 時刻と経度」, 『天文の計算教室』, 株式会社地人書館, pp.38-53.
- 9) 清水毅四郎ほか（2008）, 「1 日本はどんな国」, 『小学社会 5年上』, pp.6-11, 大阪書籍株式会社.
- 10) 為永辰郎（1990）, 「日影曲線は円錐曲線」, 『心を揺る楽しい授業 話題源 数学上』, pp.507-508, 東京法令出版.
- 11) 塚田捷ほか（2011）, 「1章 地球の運動と天体の動き」, 『未来へひろがる サイエンス3』, pp.26-46, (株)新興出版啓林館.
- 12) 細矢治夫ほか（2011）, 「2章 天体の1日の動きと地球の運動」, 『自然の探究中学校理科3』, pp.148-155, 教育出版株式会社.
- 13) 水越敏行ほか（2008）, 「国土の広がりや位置」, 『小学生の社会 国土のようすと情報 5下』, pp.32-33, 日本文教出版株式会社.
- 14) 文部省（1954）, 「11. 日どけいのつくり方」, 『小学校学習指導書 理科編 I, 実験・観察等の方法 下』, pp.76-87, 明治図書.
- 15) 文部科学省（2011）, 「B 生命・地球」, 『小学校学習指導要領解説 理科編』, pp.27-31, 大日本図書株式会社.
- 16) 文部科学省（2011）, 「(6) 地球と宇宙」, 『中学

校学習指導要領解説 理科編』, pp.15, 大日本図書株式会社.

- 17) 文部科学省 (2011), 「第2節 第5学年の目標と内容」, 『小学校学習指導要領解説 社会編』, pp. 48-53, 日本文教出版株式会社.
- 18) 文部科学省 (2011), 「(3) 日本の様々な地域」, 『中学校学習指導要領解説 社会編』, pp. 40-41, 日本文教出版株式会社.
- 19) 横地清ほか (2000), 「6 赤道型日時計」, 『中学校「選択数学」の新展開1 「選択数学」の考え方と展開』, pp. 21-24, 株式会社明昌堂.
- 20) 横地清著 (2004), 『21世紀型授業づくり89 小学生に幾何学を教えよう』, 明治図書.
- 21) 渡邊伸樹 (2000), 「赤道型日時計から地面水平型日時計への拡張」, 大阪教育大学『数学教育研究』第30号, 109-121