中高一貫校における科学教育カリキュラムの実践研究

－SSH指定校における数学教育－

竺沙　敏彦[1]・吉田　耕平[2]・河﨑　哲嗣[3]

Practice research on the science education curriculum in the unified lower and upper secondary school

―Mathematics education based on "Super Science High school"―

Toshihiko CHIKUSA, Kouhei YOSHIDA and Tetsushi KAWASAKI

概　要：京都府立洛北高等学校は，明治３年開校の京都府中学校を前身とし，ノーベル物理学賞受賞者である湯川秀樹博士と朝永振一郎博士を輩出した学校の流れを汲んでいる．平成16年４月には京都府初の公立中高一貫校となる京都府立洛北高等学校附属中学校が併設された．同時に高等学校は，スーパーサイエンスハイスクールの指定を受け，現在は第３期目となっている．この大きな特徴は，附属の関係中学校も共同で指定されている点である．本稿では，このような背景を持った学校の科学教育において，数学科がどのように実践したかの内容の全体像を示す．第２章では，中学校開校以来，10年間で培ってきた中学校段階における研究活動体験の授業カリキュラム，第３章では，昨年度から開始した高等学校段階での研究活動カリキュラムを報告する．地域連携及び地域教育の一環として，京都府全域にこれらの研究成果を活かすために，次年度から京都数学的モデリングチャレンジの主催者となって運営する展望を抱いている．

検索語：SSH，併設型中高一貫校，日常の数学，数学的活用，京都数学的モデリングチャレンジ

１．はじめに

京都府立洛北高等学校附属中学校（以下，ＲＪ校と表記）は，明治３年に開校した京都府中学校の流れを汲む京都府立洛北高等学校（以下，ＲＨ校と表記）に併設する形で，平成16年に開校した中高一貫教育校である．ＲＨ校は，平成16年から文部科学省指定スーパーサイエンスハイスクール（以下，SSH）であり，現在３期目の指定を受けている．また平成24年度からは，附属のＲＪ校も共同のSSHとして指定を受けた.この中学校がSSH にも関わって指定されていることによって，中高一貫を見通した体系的な教育課程を考えることができる．

ＲＨ校では，中学校段階から多くの教科が学習内容の先取りを行い，数学においては中学校学習指導要領の内容を中学２年生までに終える．また，数学とは別に本校独自教科「洛北サイエンス」を設定し，仮説・実験・検証など体験的な学習を通して課題解決に当たり，その中で科学的手法を身につけることを教育目的にしている．中学１年から高等学校の数学科や理科の教員が指導に当たっている．併せて「洛北サイエンス」では，大学・企業・研究所などと連携して，専門家の指導を受けて，直接施設で体験することにより最先端の科学・技術を学ぶプログラムを提供している．また，この取り組みは，

1 京都府立洛北高等学校附属中学校　Kyoto Prefectural Junior High School affiliated With Rakuhoku Senior High School
2 京都府立洛北高等学校　Kyoto Prefectural RAKUHOKU High School
3 数学教育講座　Mathematics Education

高等学校の教科「サイエンスⅠ，Ⅱ」に接続している．

2．中学校段階の取組

数学的活動を意識した中高一貫の授業カリキュラムの開発研究－中学校独自教科における中学生２年生による研究活動体験－

2-1　研究主題の設定

現行学習指導要領における算数科・数学科においては，算数的活動・数学的活動（以下，まとめて数学的活動と表記）が重視され，研究や実践が積み重ねられている．また，各教科においても「言語活動」の重要性が強調され，数学科はその成果を求められている．

ＲＪ校では開校以来，独自教科「洛北サイエンス」において「身近な数学に関する研究」と題して中学１年から授業実践を行ってきた．その実践の中心に，数学的活動を据えている．学習指導要領の先行実施に際しては，「言語活動」も重要視して，学習プログラムの修正を行いながら，現在の指導に至っている．

SSH 指定の中高一貫校として，数学における指導方法の開発は，ＲＪ校に求められた使命であろう.本稿においては，中学校開校以来実践してきた数学に関する研究活動体験に焦点化する．

2-2　研究の目的

ＲＪ校では中高６年間の一貫した指導を行うことができる．中学校段階で行う研究活動体験もその単体として行うのではなく，高校段階での活動の前段階と捉えて進めることが大切となる．中高一貫の授業カリキュラムの開発が研究目的であり，本稿では現時点までの研究における中学２年生段階の取り組みに絞ることにする．

2-3　具体的取り組み

(1)　６年間の中での中学２年生の位置づけ

中学２年の洛北サイエンスでは，「身近な数学に関する研究」と題して，研究活動体験を行っている．その中では，次の３つのことを意識して指導している.「第１は，文献や資料に数多くあたって研究テーマを設定すること，第２は，単なる調べ学習に終わらないように製作や追実験を重要視していること，第３に，高度な数学の知識を身につけたときに，より進化した再研究を行えるようにしておくこと」である．

まず中学１年生の段階で，文献や資料にあたる機会を設け，レポートを夏・冬・春の３回にまとめさせる．また，大学教授による特別講義を実施し，数学の知識の獲得と共に研究の初歩を学べるプログラムも用意した．中学２年生で「研究」を行い，ポスター（**写真１**）にまとめてポスタープレゼンテーションを行う．同級生・教師・小学校６年生とその保護者というように複数回にわたって発表する機会を設定している（**写真２**）．その後，中学校段階で日本語論文や英語論文にまとめる活動に繋げていく．高等学校の段階では，教科「サイエンスⅠ，Ⅱ」（一部の生徒は理科４分野を選択）において，更に高度な数学に関する研究を行っていく．

写真１　生徒作成ポスター（後）と製作物（前）

写真２　ポスタープレゼンテーションの様子

(2)　研究活動の具体例

中学２年生時における研究活動体験は大きく，次の５点のねらいを持って実践している．

- ○　研究手法の学習を意識した活動
- ○　先行研究を活かした研究活動
- ○　製作・実験を重視した活動
- ○　中高６年間を見通した活動

○　数学の楽しさを体感する活動

各生徒の研究活動体験はこの５点が組み合わされている．例えば，先行研究を基に製作を行い，研究の進行が６年間を見通しており，しかも数学の楽しさを体感できる活動になっているものがある．ここでは，各ねらいについて特徴的な事例を紹介する．なお，以下の『　』で囲んだ部分は各研究テーマである。

(ｱ) 研究手法を意識した活動

2-3にも記述したとおり，生徒の最初の活動は研究テーマの設定である．おそらく最初で最大の難関であるという認識のもと指導に当たっている．筆者（竺沙）が大学院生時代に教わったことの一つは「研究テーマの設定が終われば研究のかなりの部分は終わっている」ということである．生徒にも安易にテーマ設定すること無く，文献・資料・インターネットを活用して様々なものをみて考えるように指導している．実際，中学校１年生の夏からテーマ探しを始めて，１年近くかけて，〆切１ヶ月前にテーマを確定させる生徒も多い．テーマ決定までのプロセスも重要なのである．

写真３　三次元ソファー問題の模型（机上）

例えば，ソファー問題に興味を持った生徒に対しては，ソファーが通る通路が二次元ではなく三次元になった場合どうなるかと問いかけ，それがそのまま研究テーマになった（『三次元ソファー問題』）．三次元で考えることにより，二次元の理解が深まると同時に先行研究をいかに自分の研究に繋げるかを体験させることができた（**写真３**の段ボールが三次元の”通路”）．また，数学的モデリングを用いた現実問題の解決についての論文を読んだ生徒は，数学的モデリングを用いた『交差点における渋滞予測』を行った．コンピュータを用いて，交通量や赤信号の長さを様々に設定し，シミュレーションすなわちモデリングを行った．

(ｲ) 先行研究を活かした研究活動

『折り鶴の表面積』という研究を行った生徒がいる．これは，１枚の正方形の折り紙を使って鶴を折ったとき，出来上がりの鶴の表面積はもとの折り紙の何％になっているかという研究(a)である（群馬県立高崎女子高等学校，2008）．この研究の数年前のＲＪ校生が，次のような研究を行った．それは『どんな形の折り紙なら鶴が折れるか』という研究(b)である．その生徒は，正方形だけでなく，長方形・菱形・台形，ついには名も無き四角形まで折りだした.この際，鶴が折れるものと折れないものを分類して研究を終えたが，興味深かったのは，同じ形の紙でも折り方を変えると，出来上がる鶴の形が変わり，首の長い鶴や翼の長さが左右で異なる鶴が折れたりしたのである．

この(a)と(b)の２つの先行研究を合わせた研究テーマを設定した．すなわち『様々な形の折り紙からできた折り鶴の表面積の研究』ということである．前述のように同じ形の紙でも折り方が異なれば，出来上がりの鶴の形も変わる．その際，表面積はどうなるのかを研究した．

(ｱ)(ｲ)では先行研究を学習し，それを自分の研究にするための手法を学ぶことも目的なのである．現在進行形の研究として，『楕円形のビリヤード』がある．楕円形のビリヤードは焦点に置いた玉を突くとワンクッションした後もう一つの焦点に玉が行くが，実際に作ってみるとうまくいかないことが多い．何故うまくいかないかを探究する中で，ビリヤード台の仕組みを研究して取り入れる必要があることを今後の課題とした.そして，次年度以降の研究者(生徒)に託した．

(ｳ) 製作・実験を重視した活動

中学生の段階で数学についての最先端の研究を全員が行うことは極めて困難である．そこで，単に調べ学習で終わらせないために，製作や追実験を行うことも大切にした（**写真４**）．

『40の秘密』では，道路に書かれた交通規制

写真４　製作の様子

の文字がなぜ縦長に描かれているのかという課題に取り組んだ．実物と同じ大きさの「40」を描き，自動車の運転手の目線の高さから，デジタルカメラで写真を撮ることで実際の見え方を検証した．さらに，10m，20m…と距離を変える中で，通常の形に文字が見える距離を割り出し，制限速度で走行した場合に何秒前に見えるのか等の研究を行った．

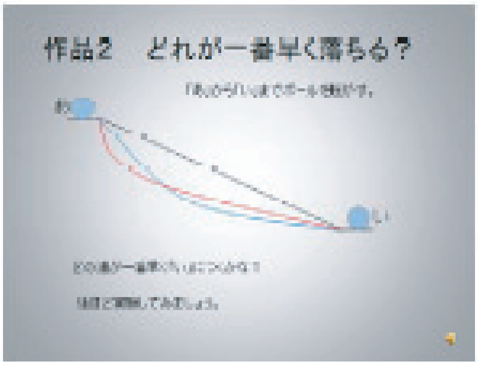

図１　最速降下曲線の説明図

『最速降下曲線』は，図１の「あ」の位置から「い」の位置にボールを転がす道を作るとき，どのようにするのが最も早く転がるかということに取り組んだ．

サイクロイド曲線が他の曲線より速いことは分かっているが，実際に製作することによって実験を行い確かめようとした．最初，数メートル規模の大きなモノを作らないとその差が見えないと考えていたが，20cm 規模の模型でもデジタルビデオカメラを使用し，１秒間を数コマに分解することにより，その差をはっきりと見ることができた．**写真５**は，左がスタート直後，右がゴール直後で，直線にくらべて「最速降下

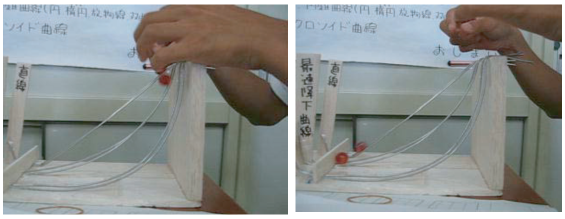

写真５　最速降下曲線のスタート (左) とゴール (右)

曲線」の方が早く到着していることが分かる．

『ＱＲコード』では，ＱＲコードの仕組みについて探究した．１次元のバーコードについては，小学校や中学校の課題学習で頻繁に登場している．しかし，２次元のＱＲコードは，その仕組みが複雑であり，かなり高度な教材内容となる(**写真６**)．製作や追実験については，その他に『シェルピンスキーのギャスケット』等がある．

写真６　ＱＲコードに関するポスター

(I) 中高６年間を見通した活動

中学２年生の段階で結論が出なくても，高校生の段階や大学以降に繋がるものも多数ある．

『巡回セールスマン問題（最短距離問題)』は，離散数学の有名な問題である．これに関連した２次元及び３次元の実験を行った (**写真７**)．例えば，立方体の８つの頂点を結ぶ最短経路は

写真７　シャボン液につけた状態

写真８　シャボン膜が張っている状態

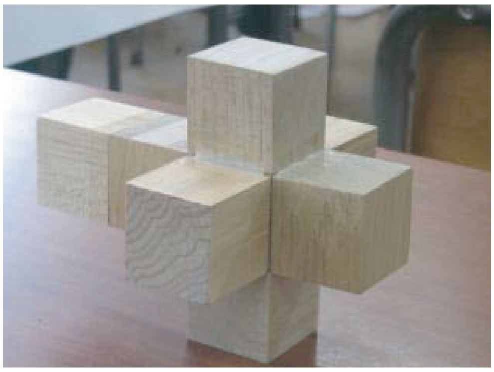

写真９　四次元超立方体の三次元展開図（生徒作品）

どうなるかという問題に対して，シャボン液を用いた模型で実験をした．その後，数学的に理論を付けるには至らなかったが，より高度な数学の知識を獲得したときに，もう一度考えるようになることも期待している．

同様なテーマとして『美術館定理』等もあげられる．『四次元超立方体』では，四次元の図形の三次元見取り図や三次元展開図（**写真９**）を整理する．三次元の立体を二次元の見取り図や展開図に次元を下げて考えることは，数学教育で普遍的に行われている．しかしここでは，次元を一つ上げた場合を考える．

『中庭のテントの解析』では，ＲＪ校の中庭にあるテントの形に注目して（**写真10**の白い部分），これを数式で表現できないかと挑戦した．高校数学を用いれば「馬の鞍問題」として扱うことができるが，このときはxy 平面に格子点をとって，その位置での高さを測り（z 方向），テントの３次元の絵をコンピュータで描いて終了した．石取りゲームの中に三山くずしがあるが，これは２進数やニム和を用いれば必勝法を理解できる．『三山くずしの必勝法』では，それを理解し解説し，実際に対戦披露をした．このテーマをまとめた生徒は十分に理解し，周囲の生徒にとっては，その仕組みを理解することが以後の学習課題となったのである．

写真10　本校中庭にあるテント

(ｵ) 数学の楽しさを体感する活動

単純に「楽しい」「面白い」と感じることも学習意欲の喚起にとって大切なことである．

『錯視』は，これまで様々な内容に取り組んできた．白黒だけの図を回転させると色が見える『ベンハムコマ』については，様々試してみたが，コマにして回してもなかなか上手く見えないので，小型の扇風機に貼り付けて回転させた（**写真11**）．扇風機を最高速で回しているときよりも，止まりかけるある瞬間に色がよく見えた．見えるときの回転速度を探究することが，今後の課題として残されている．

写真11　ベンハムのコマのプレゼン

エッシャーのだまし絵の中に，永遠に水が流れる水路の絵があるが，これを設計図無しに自分で木を削り実物を作成した（**写真12**）．これ以外に，あり得ない立体についても複数の製作

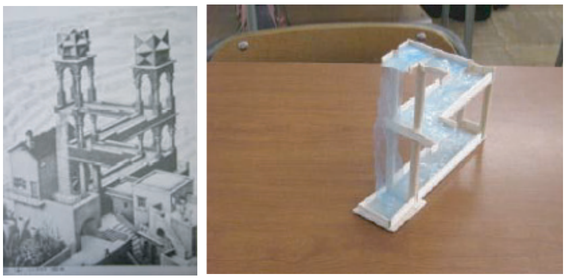

写真12　だまし絵の三次元模型 (右) (生徒作品)

を行っている．

『エイムズの部屋』についても製作を行い，多くの人に異次元体験をしてもらった (写真13)．エイムズの部屋については，これまで何度か製作を行ってきた．最初はすぐに壊れてしまう脆い物であったが，次第に頑丈になり，さらに大きな物を製作するようになってきた．現在までの最大の物は，一辺が１ｍである．いずれは人が入れるように計画している．

写真13　左がエイムズの部屋，右が体験の様子

また『定幅曲線によるドリル』では，ルーローの三角形のような定幅曲線が代表的であるが，断面が定幅曲線になっているドリルを回転させて，正方形の穴を掘っていくことに取り組んだ．

2-4　生徒の変容

この授業を実践するまでは，信念として「数学は答えを出すことが目的である」と考えている生徒も多く存在した．ＲＪ校生は小学校から入学適性試験を受けて入学しているので，一般の中学校よりもその意識を強く持った生徒の割合は多いだろう．しかし，この「洛北サイエンス」の授業を通して，数学を発見する楽しさ・探究する喜びなどを知り，受験数学とは違う学習の目的意識を持つようになる生徒の育成ができている．

中学校開校10年を経て，いろいろな成果がある中で，中高一貫生徒が獲得した賞をいくつか紹介する．京都高校数学コンテストで高校生が最優秀賞受賞，中学生も入賞を果たしている．京都数学モデリングチャレンジで優勝・科学の甲子園ジュニア京都府大会において２年連続優勝で全国大会にも出場した．日本ジュニア数学オリンピックや数学オリンピックに対しては華々しい賞を獲得するまでには行っていないが，平成26年には，高校生が予選突破し本戦に出場した．

2-5　今後の課題と展望

100を超えるテーマについて研究活動体験を実践し，それらのテーマについて，一つ一つ再検討し，これからも研究活動体験として扱えるテーマを整理する．また新たなテーマを開発し，生徒に提供していくことを目指す．だが課題は，指導体制の更なる充実が求められるのである．この研究活動体験は，一つ一つのテーマについて丁寧な指導が必要であるが，現在は一人の教員が10を超えるテーマを同時に指導している．そのため充分に時間がとれないのである．きめ細かな指導ができる体制作りが求められる．

現在，高校段階での研究活動についてもカリキュラム開発に取り組んでいる．その中で，中学校段階で身に付けておきたい素養を整理し，それを中学校段階での活動計画に盛り込んでいく予定である．

３．高等学校の実践例

本章では，平成25年度から「サイエンスⅠ」，平成26年度から「サイエンスⅡ」に数学分野を新たに加えた実践の教材開発の経過および効果について，整理をして検討をする．

3-1　研究の背景

従来の数学の授業の大まかな流れは，問題を教員が解説し，その類題を生徒が解くことにより，数学的・論理的思考を習得するようになっている．しかし，多くの生徒は問題の解法を単に覚えることに努力を有し，それに当てはめる力を習得するのみに終始しているだろう．その結果，本来数学が持っている哲学的な素晴らしさや日常生活への有用性を理解するという目的から離れているのが現状であると考える．さらに「なぜ０で数字を割ってはいけないのか」など素朴な内容にも疑問を持たず，論理的にも考えることができないようである．しかしこの習

得すべき力は，数学のみならず，どの分野の学問においても必要となる力であろう．

3-2　研究の目的

－数学的・論理的思考を深化させる５つの段階－

中学校と同じように，真理と真実の獲得のための議論と試行錯誤を繰り返し，生徒達の数学的・論理的思考の習得と深化を目指した教材開発を研究目的とした．そこで，学習(指導)の到達目標として，以下の５つの段階を設定した(**図１**)．

数学的思考の習得のための５つの段階
(あ) 定理を読み理解する;
(い) 定理の証明を理解する;
(う) 定理の証明を説明する;
(え) 別証明を与える;
(お) 定理を一般化する;

図１　思考を深化させる５つの段階
（吉田，竺沙，河崎，2014）

ここで，(あ) の定理を通して，問題の中にある真理と真実を理解する．(い) によって，論理的・数学的思考を学ぶ，(う) の説明をすることによって，コミュニケーション能力を高めて，自らの理解を確認し深化させる．(え) は，(あ)(い)(う) を経て，別証明を与えるか，または，自ら証明を与えることを意味している．これにより，真理と真実を自らの力で確認する．(お) により，問題意識を広くすることで新たな課題を見つける力を身に付ける．

3-3　深化させる５つの段階の前段階について

G.ポリア (1955) に「第１に問題を理解しなければならない」とあるように，問題を解く前に，その問題を理解する必要がある．そこで，サイエンスⅠでは，問題を理解するために，

（ⅰ） 同一視
（ⅱ） 単純化から一般化
（ⅲ） 規則性の発見

を行い，「手を動かし」試行錯誤する準備からはじめ，実際に数学的な考え方を学ぶことにより (あ) (い) (う) を習得することを試みた．サイエンスⅡでは，(え) (お) を習得するために，ゼミ形式で自分が研究している内容を発表して，その発表に対して，定義に従っているか，一般化ができるか，などの議論を行うことを試みた．

3-4　教材内容

（Ⅰ）サイエンスⅠ　数学分野

中高一貫コースの生徒全員が受講するため，予備知識を必要としない課題を用意した．ここでは，京都府教育委員会と京都大学理学研究科の連携による教育実習に係る教育ボランティアを活用した．平成26年度は京都大学大学院生の藤岡翼・ 高井久幸両氏が，以下の内容でグループ討議を取り入れた題材を作成した．

Ⅰ－(i) **同一視（題材名：壁紙群）**

壁紙の模様を回転移動・平行移動・線対称移動・すべり鏡映を用いて，「平行移動しても変わらない壁紙」「平行移動と回転移動しても変わらない壁紙」などと分類していくと，17種類しか分類することができない．

Ⅰ－(ⅱ) **単純化から一般化（最短経路問題）**

任意の４点を描き，それらを結ぶ経路の中で最短になるような描き方について考える．２点• ３点の場合と単純化して考え，それを基に４点の場合，さらに５点，６点の場合と一般化して求めることができる (**図２**)．

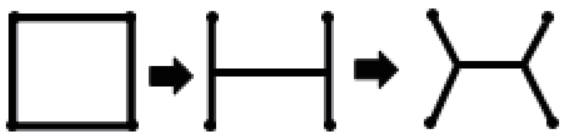

図２　４点を結ぶ最短経路の場合

Ⅰ－(ⅲ) **規則性の発見（モンモールの問題）**

ｎ人でランダムにプレゼント交換を行ったとき自分以外のプレゼントを受け取る確率を考える．この時，　１人・２人と人数を増やしていき，その規則性を見つけて，ｎ人の時を導くことができる事を理解し，さらに人数を無限にした時の確率を求める．

(i) (ⅱ) (ⅲ) において，「手を動かし」試行錯誤するところから始め，ある程度理解をしてからグループ討議をしたために，活発な議論となった．さらに予備知識は必要なく，しかもどの内容も生徒達にとって未知のものであったために，多くの生徒が自由に意見を述べる機会と色んな

考察が生まれた．このため定理を提示したときに，先に理解できた生徒が他の生徒に説明したときに，活発な質問が生徒同士で起こり，この結果（あ）（い）（う）に相当する力を習得できた．

（Ⅱ）サイエンスⅡ　数学分野

この授業の方針は，自ら研究した内容をまとめ，１年の終わりに発表するようにした．それまでの授業については，生徒が研究している内容や教員が興味を持っている内容を発表する形式にした．さらに大倉氏も交えて，できる限り自由な雰囲気の中で学べるようにした．ただし，生徒が積極的に参加しているかどうかの評価については，「定義に従って厳密な議論ができているか」「一般化が可能か」などを，５つの段階に分けて観察した．平成26年４月から12月までの内容については以下の通りである．

(A) 生徒の発表

- 約数の和を関数で表す．
- 四元数の積で，空間での回転移動を考える．
- 球面の展開図を描くことが出来るか？
- $x^2+y^2=2$ を満たす有理数解（x, y）は，いくつ存在するか？

(B) 教員の発表

- モデル理論
- 1+1=2について
- 群の定義
- 係数がMod2のホモロジー群の計算
- 大倉氏の発表

を行った．

3-5　授業の様子

本稿では「約数の和を関数で表す」についてのみ解説する．

A君「自然数ｎについて，ｎの約数の和P (n) について漸化式を構成しました．ここで，P (n)= n+1となるnは素数であるため，素数判定式として使えます．」

B君「検証プログラムをつくりますよ」

というように，P (n) を基に素数判定のプログラムを作り，パソコンで調べることにした．そこで素数表と照らし合わせ，ｎが340万までの自然数までは正しいことを確認できた．実際に活用するには，既存の素数判定式に比べて計算量が多いので，判定式の機能性としては劣る．

しかし１からnまでの約数の和をすべて求めることについては，生徒達が見つけた判定式の方が優れていることを発見したのであった．このA君の証明は，**3-2**（え）に当てはまり，またB君の検証は，**3-2**（あ）（い）を経て，パソコンを用いた**3-2**（え）である．また活用法は**3-2**（お）なのである．さらに生徒同士で発表することによって，コミュニケーション能力を深め合い，互いに刺激を与えて研究意欲を高めたのであった．

3-6　開発した教材内容と実践の考察

平成26年11月，京都工芸繊維大学で行われたサイエンスフェスタ京都のポスターセッションで，ＲＨ校の生徒達が次の題目で発表した．

- 約数の和の公式
- 私がシンデレラよ！！
- 合成関数における非可換性の度合いについて
- ３次元版マンデルブロ集合
- 方程式 $x! = y^2$

「３次元版マンデルブロ集合」では，マンデルブロ集合が複素平面上で描かれているため，それを四元数に一般化して，３次元版マンデルブロ集合を描いた．さらに２次元マンデルブロ集合の性質は，３次元でも成り立つかなど新たな課題を発見した．これは，**3-2**（お）を達成したといえる．

図３は，実際のＨＲの時間に文化祭の演劇「私がシンデレラよ！！」の配役決めをした.そのときに，思いついた問題である．生徒は，**2-3**（1）にあるように，自分達の身近な課題から問題を設定できた．しかし，このままでは解くことは難しいので，彼らは**3-3** (ii)のように問題の単純化を試みた (**図４**).

3-2（え）に従い，この単純化した問題について，課題解決を発見したのであった（**図５**）．この解決法によって，どの程度得をするのかを数値化したことになる．しかし，**図３**のような希望する配役の人数分布を反映していないために，さらにそれを考慮した分析を行った．現実的に実際配役を決めるときは，シンデレラしかやりたくない生徒，シンデレラか大道具のどちらを選ぼうかで悩んだ末にシンデレラを選ぶ生徒がいるなどを考慮しなければならない．問題

問題
ここに 40 人（男子 25 人、女子 15 人）の生徒がいる。演劇コンクールに出ることにした。題目は、シンデレラに決定。配役の第一希望は次の通りである。

	定員(人)	男子	女子
シンデレラ	1	2	8
王子	1	8	4
意地悪な姉妹	3	1	3
魔法使い	1	4	0
エキストラ	１０	5	0
大道具	２４	5	0
合計	４０	２５	１５

しかし、コンクールで優勝すると、シンデレラ役の生徒に 30 万円、王子役の生徒に 10 万円、魔法使いの役の生徒に 3 万円が贈られ、それ以外の役にはお金が支払われないことがわかった。もう一度希望を取り直すことになったが、どの役を選べば一番得するだろうか？

図 3　身近な課題設定

問題の単純化
３人のグループで劇をすることになった。役は「シンデレラ」「王子様」「大道具」の３つ。どの役を希望するのが得だろうか？

図 4　試行錯誤できるように単純化

考察 1（期待値の利用）
3 人を A,B,C とする。
(1) C がシンデレラを選んだ場合

	シンデレラ	王子
シンデレラ	A 10 万+1 万	A 15 万
	B 10 万+1 万	B 3 万
	C 10 万+1 万	C 15 万
王子	A 3 万	A 1.5 万
	B 15 万	B 1.5 万
	C 15 万	C 30 万

(2) C が王子を選んだ場合

	シンデレラ	王子
シンデレラ	A 15 万	A 30 万
	B 15 万	B 1.5 万
	C 3 万	C 1.5 万
王子	A 1.5 万	A 1 万+10 万
	B 30 万	B 1 万+10 万
	C 1.5 万	C 1 万+10 万

⇒いずれの場合もシンデレラを選べば多くのお金を貰える。

図 5　課題解決（定理 1）

問題
３人のグループで劇をすることになった。役は「シンデレラ」「王子様」「大道具」の３つ。どの役を希望するのが得だろうか？
ただし，最初のアンケートを工夫してみる。シンデレラ：王子：大道具＝7:2:1 のように、それぞれの役をどれぐらい希望するかを、合計が 10 になるような比率で回答してもらう。この場合シンデレラを選んだことになる。

図 6　現実に即した課題の改良

考察 2
Step1
1 から 10 の数直線上に、アンケートのシンデレラと王子の希望度の比を元に個人の点をおく。
Step2
得られる金額の比に応じて、頂上を設定し、数直線に傾斜をつける。斜面上にある点は下方向へ 1 の力を受け、頂点または両端にある点は斜面による力を受けないものとする。
Step3
点同士は互いに斥力を及ぼしあう。ほかのすべての点から、その点からの距離と同じだけ斥力を受ける。
⇒以上の手順を行い、最終的な点の配置によって、人が次にどう動くのかを予想することが出来る。

図 7　課題解決（定理 2）

結論と展望
評価方法を形にすることができたが、手順が多いため、単純な場合での考察にとどまった。実際にアンケートを取ってこの研究の精度の検証を行う。
もし、この数理モデルが確立できれば、入試のときに過去の倍率から自分がどの大学を受験すれば一番うかりやすいか、遊園地でいかに効率よく回るか、などが考察できるのではないだろうか。

図 8　定理の実感

設定を改良して（**図 6**），実際にクラスの生徒達にアンケートをとって考察してみようとしたのであった．**図 6** のこのアンケートを基に，**図 7** の順番に従って考察を進めた．

結果としてアンケートを行う条件を加えたわけだが，より現実に近い場面に設定し直して，少しでも良い解決策を発見したのである（**3-2**（え））．生徒達は，直接**図 3** の課題を解決したのではない．しかし，課題を単純化し，**3-2** で示した 5 つの段階を経て，課題を解こうとする姿勢が，彼らに身についたのである．

さらに生徒達による結論と展望（**図 8**）のコ

メントから分かるように，実際にアンケートを行ったことによって考察した数理モデルまで応用できたことは，**3-2**（え）(お）の過程を行ったといえる．

このようにして，生徒達が数学的・論理的思考による考察を行い，研究の目的が達成されたのである．

3-3　今後の課題

サイエンスⅡについて，中高一貫コースの生徒は，物理・化学・生物・数学・文系のいずれかを選択し，それを１年間受講する．そのため数学を選択する生徒は，数学に対して興味・関心が高い．だから，このように高度な問題解決が達成できたと考えられる．

しかし，生徒が意欲を持てる課題に取り組ませているために，シラバスや学習評価を設定することは難しい．そこでこのようなポスターセッションを行うことによって，生徒達が５つの学習段階に到達しているのかを判断することができる．今後は，基本的なコンセプトを変えずに，課題学習や数学的活動の評価方法を工夫して確立していくべきであろう．

４．これからの展望に向けて

―数学的活動をより普及させることを目指して―

ＲＨ校のように，中学校～高校の６年間を見通して，数学的活動を中心命題にした教育課程の取り組みは秀逸である．しかし，この研究も一つの学校の中で完結してしまうならば，特別な教育システムを設定して，特別な生徒や先生がいなければ達成できない特殊な教育と判断されるだけであろう．

現在の学習指導要領から数学的活動が重視され始め，数学の活用場面を取り扱う重要性が指摘されていることを，中学校や高校の教員である限りは，周知しているはずである．ＲＨ校のように学校組織全体に浸透させることは，少々時間を要するかもしれない．しかしこのような学習活動によって，生徒達の将来のための様々な問題解決能力が養えるならば，これからの高度情報化社会・国際社会を逞しく生きる人間の育成へ緊密に繋がっていくものなのである．

平成24年度から京都教育大学を会場にして，「京都数学的モデリングチャレンジ」というプログラムの試験的運用をしている．数学的モデリングの学習活動は，数学的活動の１つの方法論であって，「数学を現実の問題解決に使う」という目的は，同じである．このプログラムも，平成27年度からは京都大学に会場を移した本格的運用を目指して，このＲＨ・ＲＪ校が主催者側になる．京都府の中学校・高校へ広く振興・普及に努めることになるだろう．

先駆的な研究のパイロット校として，ＲＨ校とＲＪ校のこれからの使命と責任は，非常に重いといえるのである．

－引用・参考文献及び資料－

1) 池田敏和（2004），数学的モデリングを促進する考え方に焦点を当てた指導目標の系列と授業構成に関する研究，日本数学教育学会誌論究81・82，pp.3-32
2) 京都府立洛北高等学校SSH　研究活動報告書（2013年度）
3) 京都府立洛北高等学校附属中学校研究紀要（2004年度～2013年度）
4) 群馬県立高崎女子高等学校（2008),「折り紙数学に関する研究」, http://www.takajo-hs. gsn. ed.jp/SSH/es3/08report/rep2/08008.pdf.
5) 杉原厚吉（2007),「脳が鍛えられる『立体だまし絵』づくりへんな立体」，誠文堂新光社．
6) G．ポリア（柿内賢信訳）(1955),「いかにして問題をとくか」，丸善出版
7) 柳本哲・渡邉伸樹・大竹博巳・深尾武史・谷口和成・安東茂樹・河崎哲嗣・佐伯昭彦・池田敏和・松嵜昭雄（2012),「中高生の科学的分析思考力を育てる数学的モデリングチャレンジプログラムの開発実施」,『平成24年度（2012年度）基盤研究（Ｃ）（一般）研究計画調書』，京都教育大学．
8) 吉田耕平・竺沙敏彦・河崎哲嗣（2014)，公立中高一貫ＳＳＨ指定校における数学教育プログラムの開発研究（1），2014年度数学教育学会秋季例会発表論文集，pp.163-165

［**謝辞**］この論文で紹介した授業に関して，これまで協働して授業を担当していただいた先生方，授業でいろいろなアイデアを出しながら取り組んできてくれた生徒の皆さん，特別講義をお引き受けいただいた大学の先生方をはじめ関係の諸氏に対して，この場をお借りして謝辞を申し上げます。